



TUGAS AKHIR – SM141501

**ESTIMASI KETINGGIAN, DEBIT DAN KECEPATAN
ALIRAN SUNGAI PADA MODEL SHALLOW WATER
DENGAN MENGGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER**

**RETNO DEWI PALUPI
NRP 1213 100 035**

**Dosen Pembimbing
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dr. Chairul Imron, ML.Komp.**

**Departemen MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017**



FINAL PROJECT - SM141501

***ESTIMATION OF HEIGHTS , DISCHARGE, AND
SPEED IN SHALLOW WATER MODELS USING
EXTENDED KALMAN FILTER***

**RETNO DEWI PALUPI
NRP 1213 100 035**

**Supervisors
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dr. Chairul Imron, Ml.Komp.**

**DEPARTMEN OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Naturan Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2017**

LEMBAR PENGESAHAN

ESTIMASI KETINGGIAN, DEBIT DAN KECEPATAN ALIRAN
SUNGAI PADA MODEL SHALLOW WATER DENGAN
MENGGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER

*ESTIMATION OF HEIGHTS, DISCHARGE, AND SPEED
IN SHALLOW WATER MODELS USING EXTENDED
KALMAN FILTER*

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departmen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :


RETNO DEWI PALUPI

NRP.1213 100 035


Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Dr. Chairul Imron, Ml.Komp.


NIP. 19611115 198703 1 003


Prof. DR. Erna Apriliani, M.Si

NIP. 19660414 199102 2 001

Mengetahui,

Kepala Departmen Matematika
FMIPA ITS


Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2017

**ESTIMASI KETINGGIAN, DEBIT DAN KECEPATAN ALIRAN
SUNGAI PADA MODEL SHALLOW WATER DENGAN
MENGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER**

Nama : Retno Dewi Palupi
NRP : 1213 100 035
Jurusan : Matematika
Dosen Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Dr. Chairul Imron, Ml.Komp.

ABSTRAK

Abstrak — Indonesia merupakan negara maritim yang luas wilayahnya sebagian besar adalah perairan dimana meliputi laut, danau, sungai. Sungai merupakan salah satu sumber air yang menampung dan mengalirkan aliran air. Salah satu sungai di pulau Jawa yaitu sungai Brantas. Sungai Brantas sangat berpotensi banjir. Banjir didefinisikan sebagai debit ekstrim sungai yang terjadi akibat peningkatan volume air. Sehingga untuk memperkirakan ketinggian dan debit aliran sungai, dilakukan estimasi ketinggian dan debit aliran air. Estimasi ketinggian dan debit aliran sungai dilakukan dengan menggunakan persamaan Saint Venant didimensi 1 dengan menggunakan Extended Kalman Filter. Hasil menunjukkan bahwa estimasi dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter pada aliran sungai normal, aliran sungai berpotensi meluap, aliran sungai dangkal pada 3 titik daerah yaitu daerah Ploso, Lengkon Baru dan Porong memiliki nilai RMSE kurang dari 1. Sedangkan estimasi dengan memasukkan data didapatkan nilai persentase *error* yaitu sebesar 0,02129% hingga 5%.

Kata kunci : *Shallow Water, Kalman Filter, Extended Kalman Filter, Beda hingga*

***ESTIMATION OF HEIGHTS , DISCHARGE, AND SPEED
IN SHALLOW WATER MODELS USING EXTENDED
KALMAN FILTER***

Name of Student : Retno Dewi Palupi
NRP : 1213 100 035
Department : Mathematics
Supervisor : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Dr. Chairul Imron, MI.Komp.

ABSTRACT

Indonesia is a maritime country whose territory is largely waters such as sea, lake, river. River is one of water sources that holds and drain the flow of water. One of the rivers in Java is Brantas river. The Brantas river is potentially flooded. Floods are defined as extreme river discharges that occur due to an increase in water volume. To anticipate the coming of flood, the height and discharge of water flow are estimated in this final project . Estimation of altitude and discharge of river flow is done using the Saint Venant equation in dimension 1 using Extended Kalman Filter. The results show that the estimation using Extended Kalman Filter method has a good result. By entering the normal stream flow conditions, river flow is potentially overflow, river flow is low at 3 point area that are area of Ploso, Lengkong Baru and Porong have small RMSE values where RMSE is less than 1. While the estimation by inputting the measurement data obtained RMSE value is still quite large. While the estimation by inputting the measurement data obtained presentage error were 0,02129% hingga 5%.

Keyword : Shallow Water, Kalman Filter, Extended Kalman Filter, Finite Different

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb

Alhamdulillahirobbil'aalamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

“ESTIMASI KETINGGIAN DAN DEBIT ALIRAN SUNGAI PADA MODEL SHALLOW WATER MENGGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER”

yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Sarjana Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat kerja sama, bantuan, dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis menyampaikan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Ketua Jurusan Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.
2. Prof. DR. Erna Apriliani, M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan dan motivasi kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat selesai dengan baik.
3. Dr. Chairul Imron, MI. Komp yang juga selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
4. Ibu Dra. Nur Asiyah, M.Si, bapak Dr. Mahmud Yunus, M.Si dan ibu Dra. Wahyu Fistia Doctorina, M.Si selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran demi perbaikan Tugas Akhir.

5. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si selaku Kaprodi S1 Jurusan Matematika ITS.
6. Ayah, ibu, kedua kakakku dan keluargaku yang senantiasa mendukung dan mendoakan.
7. Seluruh jajaran dosen dan staf jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
8. Sukron Nursalim yang selalu mendukung dan memberi semangat.
9. Batsa,Vina,Nastiti,Putri, Tara,Mimi, Frika, Fau, mas Fendi, Jeje, Ayuk, Winny, Sinar serta teman-teman matematika 2013 yang tidak bisa saya sebutkan satu-satu dan semuanya yang telah memberikan semangat dalam mengerjakan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Wassalamualaikum Wr. Wb.

Surabaya, 21 Juni 2016

Penulis

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
1.6 Sistematika Penulisan	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Sebelumnya	7
2.2 Sungai	8
2.3 Model Shallow Water	9
2.4 Metode Beda Hingga	11
2.5 Kalman Filter	13
2.6 Metode Extended Kalman Filter	14
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	17
3.1 Studi Literatur	17
3.2 Pembentukan Model Matematika	17
3.3 Implementasi Metode Extended Kalman Filter	17
3.4 Hasil Simulasi dan Pembahasan	19
3.5 Penarikan Kesimpulan	19
3.6 Pembuatan Laporan Tugas Akhir	19
3.7 Diagram Alur Penelitian	20
3.8 Diagram Implementasi Model Extended Kalman Filter	21
BAB IV ANALISIS HASIL DAN PEMBAHASAN	23
4.1 Persamaan Saint Venant	23

4.2	Diskritisasi.....	24
4.3	Pembentukan Sistem Diskrit Stokastik.....	29
4.4	Implementasi Extended Kalman Filter	30
4.5	Analisis Hasil Simulasi Extended Kalman Filter	38
4.5.1	Aliran Sungai Normal.....	39
4.5.2	Aliran Sungai Berpotensi Meluap.....	47
4.5.3	Aliran Sungai Rendah.....	53
4.5.4	Simulasi dengan Memasukkan Data Pada Pengukuran	60
BAB V PENUTUP.....		73
5.1	Kesimpulan	73
5.2	Saran.....	73
DAFTAR PUSTAKA		75
LAMPIRAN A.....		77
LAMPIRAN B		89
LAMPIRAN C		97

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1	Aliran Sungai dari Ploso-Porong.....	9
Gambar 2. 2	Aliran Model Shallow Water 1 Dimensi	10
Gambar 3. 1	Diagram Alir Penelitian	20
Gambar 3. 2	Diagram Alir Implementasi Extended Kalman Filter	21
Gambar 4. 1	Bagan Diskritisasi Aliran Air pada Sungai.....	25
Gambar 4. 2	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Normal Daerah Ploso	40
Gambar 4. 3	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Normal Daerah Ploso	41
Gambar 4. 4	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Normal Daerah Ploso	41
Gambar 4. 5	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Normal Daerah Lengkong Baru	42
Gambar 4. 6	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Normal Daerah Lengkong Baru	43
Gambar 4. 7	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Normal Daerah Lengkong Baru	43
Gambar 4. 8	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Normal Daerah Porong	45
Gambar 4. 9	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Normal Daerah Porong	45
Gambar 4. 10	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Normal Daerah Porong	46
Gambar 4. 11	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Meluap Daerah Ploso	48
Gambar 4. 12	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Meluap Daerah Ploso	48
Gambar 4. 13	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Meluap Daerah Ploso	49

Gambar 4. 14	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Lengkong Baru	50
Gambar 4. 15	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Lengkong Baru	50
Gambar 4. 16	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Lengkong.....	51
Gambar 4. 17	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Porong	52
Gambar 4. 18	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Porong	52
Gambar 4. 19	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Porong	53
Gambar 4. 20	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Dangkal Daerah Ploso.....	54
Gambar 4. 21	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Dangkal Daerah Ploso.....	55
Gambar 4. 22	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Dangkal Daerah Ploso.....	55
Gambar 4. 23	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Dangkal Daerah Lengkong Baru.....	56
Gambar 4. 24	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Dangkal Daerah Lengkong Baru	57
Gambar 4. 25	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Dangkal Daerah Lengkong Baru.....	57
Gambar 4. 26	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Dangkal Daerah Porong	58
Gambar 4. 27	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Rendah Daerah Porong	59
Gambar 4. 28	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Dangkal Daerah Porong.....	59

Gambar 4. 29	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Daerah Ploso	61
Gambar 4. 30	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Daerah Ploso.....	61
Gambar 4. 31	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Daerah Ploso	62
Gambar 4. 32	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Daerah Lengkong Baru	63
Gambar 4. 33	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Daerah Lengkong Baru	64
Gambar 4. 34	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Daerah Lengkong Baru	64
Gambar 4. 35	Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Daerah Porong	66
Gambar 4. 36	Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Daerah Porong	66
Gambar 4. 37	Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Daerah Porong	67
Gambar 4. 38	Grafik estimasi ketinggian pada saat $k=20$	68
Gambar 4. 39	Grafik estimasi ketinggian pada saat $k=62$	69
Gambar 4. 40	Grafik estimasi debit pada saat $k=20$	71
Gambar 4. 41	Grafik estimasi debit pada saat $k=62$	71

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1. Algoritma Extended Kalman Filter.....	15
Tabel 4. 1. Nilai Parameter.....	39

DAFTAR SIMBOL

A	: Luas penampang sungai
B	: Lebar sungai
X_{k+1}	: Variabel keadaan pada waktu $k + 1$
X_k	: Variabel keadaan pada waktu k
u_k	: Variabel input sistem
G_k	: Matriks koefisien noise sistem
w_k	: Noise sistem
Z_k	: Vektor pengukuran pada waktu ke- k
H_k	: Matriks koefisien pengukuran
v_k	: Noise pengukuran
P_k	: Matriks kovariansi error pada waktu k
Q_k	: Matriks kovarian error noise sistem pada waktu k
R_k	: Matriks kovarian error noise pengukuran pada waktu k
h	: Ketinggian
u	: Kecepatan
\hat{X}_{k+1}^-	: Estimasi variabel keadaan pada waktu $k + 1$ sebelum pengukuran
\hat{X}_{k+1}^-	: Estimasi variabel keadaan pada waktu $k + 1$ sesudah pengukuran
P_{k+1}^-	: Matriks kovarian error pada waktu $k + 1$ sebelum pengukuran
P_{k+1}	: Matriks kovarian error pada waktu $k + 1$ setelah pengukuran
g	: Gaya gravitasi bumi
K_{k+1}	: Kalman Gain pada waktu $k + 1$

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini membahas latar belakang yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Didalamnya mencakup indentifikasi permasalahan yang kemudian dirumuskan menjadi permasalahan dan diberikan batasan-batasan untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan negara maritim yang luas wilayahnya sebagian besar adalah perairan. Perairan di Indonesia meliputi laut, danau dan sungai. Pulau Jawa memiliki beberapa banyak perairan sungai. Meskipun pulau Jawa merupakan pulau yang paling padat penduduknya dibanding pulau lain di Indonesia, pulau Jawa mempunyai banyak perairan sungai yang melintasi beberapa kota-kota dan daerah-daerah. Sungai merupakan salah satu sumber air yang menampung dan mengalirkan aliran air. Sungai yang ada di pulau Jawa salah satunya adalah sungai Brantas.

Sungai Brantas merupakan sungai terpanjang kedua di pulau Jawa setelah Sungai Bengawan Solo. Sungai Brantas terletak di Provinsi Jawa Timur, mempunyai panjang ± 320 km dengan luas wilayah sungai ± 14.103 km² dan mencakup $\pm 25\%$ luas provinsi Jawa Timur terdiri dari 4 Daerah Aliran Sungai (DAS) yaitu DAS Brantas seluas 11.988 km², DAS Kali Tengah seluas 596 km², DAS Ringin Bandulan seluas 595 km² serta DAS Kondang Merak seluas 924 km².

Sungai Brantas sangat berpotensi banjir yang akan menelan korban maupun kerugian akibat curah hujan yang tinggi. Hal ini disebabkan sepanjang sungai ini sudah banyak sekali dimanfaatkan sebagai pemukiman yang padat [5]. Kawasan rawan banjir adalah kawasan yang setiap musim hujan mengalami genangan lebih dari enam jam pada saat hujan turun dalam keadaan normal. Letak Kawasan pada suatu DAS mempengaruhi

karakteristik banjir yang terjadi. Pada kawasan hulu Das debit air tinggi dan cepat terakumulasi, tetapi karena kondisi topografi yang curam dan terjal maka genangan air akan berlangsung singkat. Pada bagian tengah DAS, banjir datangnya tidak secepat pada daerah hulu, tetapi pada kawasan ini genangan membutuhkan waktu lebih lama untuk dapat keluar dengan memanfaatkan gaya berat dari air itu sendiri. [4]

Banjir terjadi karena peningkatan volume air atau didefinisikan sebagai debit ekstrim sungai. Banjir itu sendiri dapat terjadi karena beberapa faktor, diantaranya adalah hujan yang besar, sungai atau bendungan yang jebol, kondisi fisiografis sungai (bentuk sungai), kapasitas sungai dan debit sungai[8]. Debit aliran sungai dapat diperkirakan dengan cara pengukuran di lapangan (dilokasi yang ditetapkan) berdasarkan data debit dari stasiun di dekatnya, berdasarkan data hujan, berdasarkan pembangkitan data debit. Pengukuran debit di lapangan dapat dilakukan dengan membuat stasiun pengamatan atau dengan mengukur debit di bangunan air seperti bendungan dan peluap. Pada pembuatan stasiun debit, parameter yang digunakan adalah tampang lintang sungai, elevasi muka air, dan kecepatan aliran[10].

Sedangkan dalam pengukuran ketinggian air, sungai Brantas memiliki beberapa tempat atau titik-titik lokasi untuk mengukur ketinggian air sungai. Dimana pengukurannya dilakukan dilakukan setiap hari. Tingginya permukaan air sungai diukur oleh alat ukur permukaan air pada tiap titik lokasi.

Dari hasil data pengukuran ketinggian dan debit aliran sungai pada tiap titik tersebut dapat digunakan untuk mengestimasi ketinggian dan debit aliran sungai sehingga datangnya banjir dapat diprediksi. Dalam proses mengestimasi ketinggian digunakan berbagai model, salah satu adalah model Shallow Water (persamaan Saint Venant). Model Saint Venant secara luas digunakan untuk model gelombang atmosfer, sungai, danau dan lautan. [2]

Sebelumnya telah dilakukan penelitian tentang peramalan debit aliran sungai dengan menggunakan metode ARIMA Kalman Filter dan GSTAR Kalman Filter. Dalam jurnal ini tingkat *error* menggunakan metode ARIMA Kalman Filter lebih kecil. Penelitian lain adalah *Kalman Filter For Estimate the State of Shallow Water Model* [4]. Jurnal tersebut membahas model air dangkal linier 1 Dimensi digunakan sebagai model matematika untuk memperkirakan keadaan sekarang dan memprediksi keadaan masa datang menunjukkan bahwa teknik kalman filter dapat memperkirakan keadaan gelombang fluida dan menyaring noise termasuk dalam data yang diukur. Untuk sistem nonlinear maka akan digunakan metode Extended Kalman Filter. Penelitian selanjutnya adalah Extended Kalman Filter digunakan dalam penelitian Nousheen Fahmedha , P Chaitanya Prakashm Pooja A dan Rachana R pada tahun 2015 tentang “*Estimation of System Parameters Using Kalman Filter and Extended Kalman Filter*” [3]. Berdasarkan penelitian tersebut, metode Kalman Filter tidak bisa digunakan pada parameter sistem dan/atau pengukuran yang tak linier. Maka dari itu untuk sistem tak linier menggunakan Extended Kalman Filter.

Sungai Brantas yang dijadikan sebagai objek penelitian terdapat beberapa titik-titik lokasi yang memiliki ketinggian dan debit aliran sungai yang berbeda-beda. Pada tugas akhir ini, metode *Extended* Kalman Filter akan digunakan untuk mengestimasi ketinggian dan debit aliran sungai dengan menerapkan model Shallow Water (persamaan Saint Venant) tak linier. Estimasi dilakukan untuk memprediksi ketinggian dan debit aliran sungai pada satu langkah kedepan. Penelitian pada Tugas Akhir ini diharapkan mendapatkan tingkat *error* estimasi yang sangat kecil

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disajikan diatas, penulis menuliskan beberapa permasalahan-permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian Tugas Akhir ini sebagai berikut :

1. Bagaimana penerapan algoritma Extended Kalman Filter terhadap model Shallow Water 1 Dimensi?
2. Bagaimana hasil estimasi ketinggian, debit dan kecepatan aliran sungai dengan Metode Extended Kalman Filter?

1.3 Batasan Masalah

Dalam Tugas Akhir ini, penulis membatasi permasalahan sebagai berikut :

1. Model Shallow Water dalam bentuk persamaan Saint Venant yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan Model Shallow Water 1 Dimensi.
2. Simulasi dalam penelitian ini menggunakan Matlab .
3. Sungai diasumsikan lurus searah aliran sungai.
4. Lebar sungai dan luas penampang melintang profil sungai dianggap tetap.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah untuk mengetahui estimasi debit dan ketinggian air sungai pada model Shallow Water (Persamaan air dangkal) 1 Dimensi dengan Algoritma Extended Kalman Filter.

1.5 Manfaat Penelitian

Dari penelitian Tugas Akhir ini, penulis mengharapkan agar Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi berbagai kalangan sebagai berikut :

1. Memperluas masalah-masalah yang dapat diterapkan dengan metode Extended Kalman Filter
2. Menambah wawasan dan memberi gambaran tentang estimasi dengan menggunakan Extended Kalman Filter.
3. Dengan adanya estimasi ketinggian dan debit aliran sungai dapat gunakan sebagai pertimbangan untuk mengantisipasi datangnya banjir.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam 5 bab, yaitu

1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini berisi tentang kajian teori dari referensi penunjang serta penjelasan permasalahan yang dibahas pada Tugas Akhir ini, yaitu meliputi penelitian terdahulu, model Saint Venant di dimensi satu dan metode Extended Kalman Filter.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan tahapan-tahapan dalam pengerjaan Tugas Akhir. Tahapan-tahapan tersebut antara lain studi literatur, mengidentifikasi model Saint Venant di dimensi satu, Extended Kalman Filter. Selanjutnya dilakukan implementasi Metode Extended Kalman Filter. Tahap selanjutnya dilakukan simulasi dan analisis hasil. Tahap terakhir adalah melakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis serta saran.

4. BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai pembahasan dalam penyelesaian pengerjaan Tugas Akhir dan implementasi hasil pembahasan kedalam sebuah simulasi. Pembahasan Tugas Akhir ini meliputi diskritisasi persamaan Saint Venant, penerapan model Saint Venant dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter. Selanjutnya akan diperoleh hasil estimasi dari Extended Kalman Filter.

5. BAB V PENUTUP

Pada bab ini merupakan penutup, berisi mengenai kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan mengenai hasil dari penelitian-penelitian sebelumnya yang terkait dengan Tugas Akhir ini dan juga dibahas mengenai teori-teori yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini seperti model Shallow Water dalam persamaan Saint Venant serta algoritma Extended Kalman Filter.

2.1 Penelitian Sebelumnya

Dalam Tugas Akhir ini penulis merujuk pada beberapa penelitian-penelitian sebelumnya. Salah satu penelitian yang digunakan adalah tesis yang ditulis oleh Habib H [6]. Penelitian ini mengkaji tentang estimasi variabel keadaan persamaan model air dangkal non linier. Dari penelitian tersebut menghasilkan algoritma adaptive rank UKF dengan pengurangan rank sampai dengan 10 yang disimulasikan pada persamaan air dangkal dengan dimensi 20 (rank 20) ternyata memberikan hasil estimasi yang baik.

Jurnal yang ditulis oleh Jerawan S pada tahun 2011 yang berjudul “*Kalman Filter For Estimate the State of Shallow Water Model*” [9]. Pada penelitian tersebut membahas model air dangkal linier 1 Dimensi digunakan sebagai model matematika untuk gelombang ombak tanpa kecepatan rata-rata. Kalman filter digunakan untuk estimasi ruang keadaan linier dengan memasukkan data yang diukur. Hasil menunjukkan bahwa kalman filter berdasarkan persamaan air dangkal linier 1 dimensi untuk memperkirakan keadaan sekarang dan memprediksi keadaan masa datang menunjukkan bahwa teknik kalman filter dapat memperkirakan keadaan gelombang ombak dan menyaring noise termasuk dalam data yang diukur.

Berdasarkan penelitian Ilham F.H [4] yang berjudul “Perbandingan GSTAR dan ARIMA Filter Kalman dalam

Memperbaiki Hasil Prediksi Debit Air Sungai Brantas” pada penelitian ini digunakan metode ARIMA Kalman Filter dan GSTAR untuk melakukan analisis data dan peramalan debit aliran sungai Brantas. Selanjutnya akan dilihat error terkecil dari hasil prediksi. Hasil dari penelitian menunjukkan bahwa Filter Kalman mampu memperbaiki hasil ARIMA dan mempunyai tingkat error yg lebih kecil.

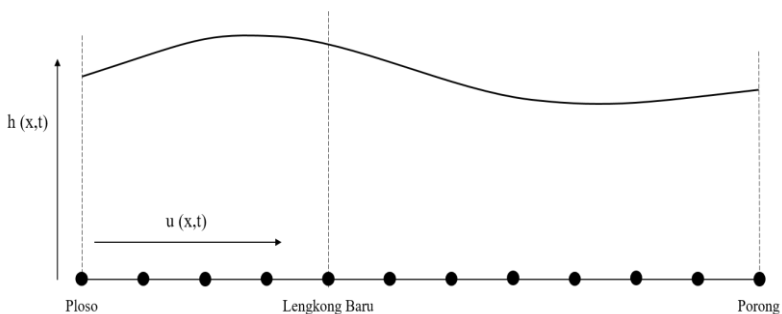
2.2 Sungai

Sungai adalah aliran air yang besar dan memanjang yang mengalir secara terus menerus dari hulu (sumber) menuju hilir secara terus menerus. Secara alami arah aliran sungai akan menuju ke laut atau tampungan air yang besar seperti danau sebagai muaranya. Fungsi utama dari sungai adalah mengalirkan air dan mengangkut sedimen hasil erosi pada daerah alirannya, yang keduanya berlangsung secara bersamaan dan saling mempengaruhi[5]. Air yang dialirkan oleh sungai umumnya berasal dari hujan, embun, mata air, lelehan es atau salju di beberapa negara tertentu.

Aliran permukaan pada daerah tangkapan air (daerah aliran sungai, DAS) terjadi dalam beberapa bentuk yaitu aliran limpasan pada permukaan tanah, aliran melalui parit/selokan, aliran melalui sungai-sungai kecil dan aliran melalui sungai utama. Aliran limpasan tanah terjadi selama atau setelah hujan dalam bentuk lapisan air yang mengalir pada permukaan tanah. Aliran tersebut masuk ke parit/selokan yang kemudian mengalir ke sungai-sungai kecil dan selanjutnya menjadi aliran di sungai utama. Karakteristik hidrologis dari daerah tangkapan air dipengaruhi oleh luas, bentuk, panjang sungai dan pola drainase daerah tangkapan. [10].

Pada Tugas Akhir ini objek penelitian adalah Sungai Brantas. Sungai Brantas terletak diprovinsi Jawa Timur

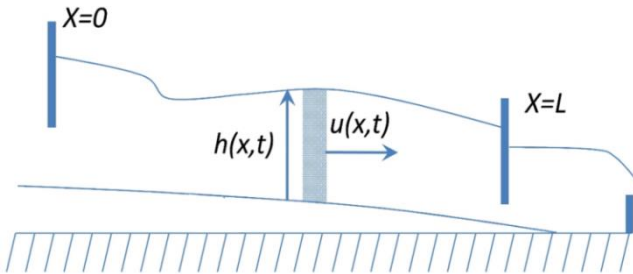
pada $110^{\circ}30'$ BT sampai $112^{\circ}55'$ BT dan $7^{\circ}01'$ LS sampai $8^{\circ}15'$ LS. Sungai Brantas mempunyai panjang ± 320 km dan memiliki luas wilayah sungai $\pm 14.103 \text{ km}^2$ yang mencakup $\pm 25\%$ luas Propinsi Jawa Timur atau $\pm 9\%$ luas pulau Jawa. Sungai Brantas bermuara di dua tempat yaitu di Surabaya dan Porong. Sungai Brantas bermata air di Desa Sumber Brantas (Kota Batu), lalu mengalir ke Malang, Blitar, Tulungagung, Kediri, Jombang dan Mojokerto. Di kabupaten Mojokerto sungai ini bercabang ke Surabaya yang disebut sebagai kalimas dan ke porong yang disebut kali Porong. Pada tugas akhir ini mengambil daerah Ploso, Mojokerto dan Porong. Berikut ini adalah gambar dari aliran sungai dari Ploso Jombang menuju ke Kali Porong dimana sungai diasumsikan lurus yaitu searah dengan aliran sungai :



Gambar 2. 1 Aliran Sungai dari Ploso-Porong

2.3 Model Shallow Water

Persamaan Air Dangkal (Shallow Water Equation) pertama diperkenalkan oleh Adh'emar Jean Claude Barr'e de Saint Venant sehingga persamaan Air dangkal disebut juga dengan Saint Venant Equation [9]. Model Saint Venant secara luas digunakan untuk model gelombang atmosfer, sungai, danau dan lautan [2].



Gambar 2. 2 Aliran Model Shallow Water 1 Dimensi

Persamaan air dangkal (Shallow Water Equation) yang digunakan dalam penelitian ini diekspresikan dalam bentuk persamaan Saint Venant sebagai berikut [6] :

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial x} + uB \frac{\partial h}{\partial x} = q$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_o - S_f) - \frac{q}{A} u$$

Dengan,

x = koordinat posisi (m)

u = kecepatan (m/det)

B = lebar sungai (m)

h = kedalaman air sungai (m)

A = luas Penampang sungai (m^2)

S_o = kemiringan dasar

S_f = koefisien friction

g = percepatan gravitasi (m/sec^2)

q = debit lateral (m^3/sec)

$u(x,t)$ = kecepatan fungsi waktu

$h(x,t)$ = ketinggian fungsi waktu

2.4 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan problem matematis dari suatu gejala fisis. Aplikasi penting dari metode beda hingga adalah dalam analisis numerik, khususnya pada persamaan diferensial biasa maupun parsial. Metode ini digunakan dengan pendekatan ekspansi Taylor dititik acuan (x).

Apabila suatu fungsi $f(x)$ dideferensialkan dalam interval $[x_o - h, x_o + h]$ dengan nilai h cukup kecil, maka hal ini dapat diuraikan dalam bentuk deret Taylor, disekitar titik ($x_o + h$) yang dinyatakan sebagai berikut [1] :

$$\begin{aligned} f(x_o + h) = & f(x_o) + \frac{f'(x_o)}{1!} h + \frac{f''(x_o)}{2!} h^2 + \dots \\ & + \frac{f^{(n-1)}(x_o)}{(n-1)!} h^{n-1} + O(h^n) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Sedangkan disekitar titik ($x_o - h$) diperoleh bentuk deret Taylor sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(x_o - \Delta x) = & f(x_o) - \frac{f'(x_o)}{1!} h - \frac{f''(x_o)}{2!} h^2 - \dots \\ & - \frac{f^{(n-1)}(x_o)}{(n-1)!} \Delta x^{n-1} - O(\Delta h^n) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Pendekatan turunan pertama dilakukan dengan memotong suku-suku berorde lebih dari satu. Hal ini disebabkan untuk nilai h yang sangat kecil, maka semakin besar nilai pangkat dari h maka nilainya akan semakin kecil, sehingga untuk orde lebih dari satu nilainya dapat diabaikan. Pendekatan pertama dari Persamaan (2.1) adalah sebagai berikut :

$$f(x_o + h) = f(x_o) + \frac{f'(x_o)h}{1!} + O(h) \quad (2.3)$$

Dari persamaan (2.4.3) diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4.4) dapat ditulis sebagai

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad (2.5)$$

Persamaan (2.5) dikenal sebagai pendekatan beda maju (*forward difference*). Sedangkan pendekatan beda mundur (*backward difference*) ditunjukkan dalam Persamaan (2.8) dibawah ini yang merupakan pendekatan turunan pertama dari Persamaan (2.2) .

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - \frac{f'(x_0)}{1!} h - O(h) \quad (2.6)$$

Dari Persamaan (2.4.6) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} \quad (2.7)$$

Persamaan (2.4.6) dapat ditulis sebagai,

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} \quad (2.8)$$

Pendekatan turunan pertama yang lain yaitu pendekatan beda pusat (*center difference*) pada Persamaan dibawah ini diperoleh dengan menjumlahkan Persamaan (2.5) dan (2.8) sebagai berikut :

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} \quad (2.9)$$

Apabila sumbu x dibagi menjadi beberapa bagian interval Δx yang panjangnya sama, maka absis titik i dapat dibentuk $x_i = i(\Delta x)$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots$ sehingga pendekatan turunan pertama dan kedua di titik i menjadi :

1. Pendekatan beda maju (*forward difference*)

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{(\Delta x)}$$

2. Pendekatan beda mundur (*backward difference*)

$$f'(x_i) \approx \frac{f_i - f_{i-1}}{(\Delta x)}$$

3. Pendekatan beda mundur (*center difference*)

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{(2\Delta x)}$$

Pada Tugas Akhir ini, terdapat fungsi $u(x, t)$ dan $h(x, t)$ dilakukan pendiskritan terhadap posisi (x) menggunakan beda pusat dan pendiskritan terhadap waktu (t) menggunakan beda maju untuk menentukan satu langkah kedepan. Jika digunakan indeks j untuk menyatakan titik diskrit pada arah x dan k untuk menyatakan titik diskrit pada t , maka perubahan ketinggian terhadap posisi dan perubahan kecepatan terhadap posisi dapat ditulis :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial x} &= \frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \end{aligned}$$

Sedangkan perubahan ketinggian dan perubahan kecepatan terhadap waktu t , pendekatan beda majunya menjadi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{h_j^{k+1} - h_j^k}{\Delta t} \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{u_j^{k+1} - u_j^k}{\Delta t} \end{aligned}$$

2.5 Kalman Filter

Metode Kalman Filter diperkenalkan pertama kali oleh R.E. Kalman pada tahun 1960. Kalman Filter merupakan sebuah algoritma pengolahan data yang optimal. Kalman Filter merupakan suatu estimator sistem dinamik linear. Kalman filter mengestimasi variabel keadaan dinamik dari sistem dinamik

dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi (*time update*) merupakan tahap estimasi dari sistem model dinamik sedangkan tahap koreksi (*measurement update*) merupakan tahap estimasi dari model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error*. Tahap prediksi dan tahap koreksi akan diulang terus menerus sampai waktu k yang ditentukan. Algoritma Kalman Filter ditulis sebagai berikut[7]

Model sistem dan model pengukuran:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= A_k x_k + B_k u_k + G_k w_k \\ z_k &= H_k x_k + v_k\end{aligned}$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

Asumsi : $w_k \sim (0, Q_k)$ dan $v_k \sim (0, R_k)$ adalah proses *white noise* yang tidak berkorelasi dengan x_0 dan yang lainnya. $R_k > 0$

Inisialisasi :

$$P_0 = P_{x_0}, \hat{x}_0 = \bar{x}_0$$

Tahap Prediksi (*time update*):

$$\text{Kovarian Error} : P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B_k u_k$$

Tahap koreksi (*measurement update*):

$$\text{Kovarian Error} : \hat{P}_{k+1} = [(P_{k+1}^-)^{-1} + H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} H_{k+1}]^{-1}$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + P_{k+1} H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$$

2.6 Metode Extended Kalman Filter

Metode Extended Kalman Filter merupakan hasil pengembangan dari Metode Kalman Filter. Dalam Kalman Filter model yang digunakan adalah linier, tetapi pada kenyataannya, banyak model yang terbentuk tak linier. Oleh sebab itu, dikembangkan metode Extended Kalman Filter yang digunakan

untuk menyelesaikan model yang berbentuk tak linier. Misalkan diberikan model stokastik tak linier :

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= f(x_k, u_k) + w_k \\ z_k &= H_k(x_k) + v_k\end{aligned}$$

Dimana diasumsikan bahwa

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), \text{ dan } v_k \sim N(0, R_k)$$

Memiliki sebaran normal dan diasumsikan *white noise*, artinya tidak berkorelasi satu sama lain maupun dengan nilai awal \bar{X}_0 . Sebelum proses estimasi, dilakukan proses inialisasi terlebih dahulu pada sistem tak linier. Proses inialisasi dilakukan dengan mendefinisikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}X_{k+1}^* &= f(\hat{x}_k, u_k) \\ Z_{k+1}^* &= h(x_{k+1}^*) \\ A &= [A_{i,j}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right]\end{aligned}$$

A dan H adalah matriks Jacobi yang diperoleh dari penurunan f dan h terhadap arah X . Modifikasi dari algoritma Kalman Filter ini disebut algoritma Extended Kalman Filter [11]. Algoritma Extended Kalman Filter diberikan pada tabel berikut :

Tabel 2. 1 Algoritma Extended Kalman Filter

Model Sistem	$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$
Model Pengukuran	$z_{k+1} = H_k(x_{k+1}) + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\begin{aligned}\hat{X}_0 &= \bar{X}_0 \\ P_0 &= P_{x_0}\end{aligned}$
Tahap Prediksi	$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right]$

	Estimasi : $P_k^- = f(\hat{x}_k, u_k)$ Kovariansi Error : $P_{k+1}^- = AP_k + PA^T + G_k Q_k G_k^T$
Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_{k+1} = H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1}^-]^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (Z_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1}^-))$ Kovariansi Error : $P_{k+1} = [I - K_{k+1} H] P_{k+1}^-$

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan bagaimana langkah-langkah yang digunakan dalam mengestimasi ketinggian dan debit aliran sungai pada model Saint Venant menggunakan metode Extended Kalman Filter. Tahapan penelitian dalam Tugas Akhir ini terdiri dari 6 tahap yaitu studi literatur, pembentukan model Matematika, implementasi metode Extended Kalman Filter, hasil simulasi dan pembahasan, penarikan kesimpulan dan pembuatan laporan tugas akhir. Adapun metode penelitian yang digunakan adalah sebagai berikut :

3.1 Studi Literatur

Pada Tahap ini dilakukan studi referensi tentang model Shallow Water atau persamaan Saint Venant, Kalman Filter, Extended Kalman Filter dan Beda Hingga. Referensi yang digunakan adalah buku-buku, thesis , paper-paper dalam jurnal ilmiah yang berkaitan dengan Topik pada tugas akhir ini.

3.2 Pembentukan Model Matematika

Pada langkah ini, dilakukan pemahaman mengenai model Shallow Water. Model Shallow Water pada penelitian ini merupakan model tak linier. Pada tahap ini Akan dilakukan pendiskritan terhadap ruang dan waktu dengan menggunakan beda hingga, setelah itu akan dibentuk *state space* dari model yang telah didiskrit. Selanjutnya akan dilakukan implementasi sistem dengan menggunakan Extended Kalman Filter diantaranya pelinieran yang digunakan sebagai masukan dalam sistem. Setelah itu diolah ke tahap prediksi, koreksi dan simulasi.

3.3 Implementasi Metode Extended Kalman Filter

Metode Extended digunakan untuk sistem tak linier. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dengan menggunakan Extended Kalman Filter adalah sebagai berikut :

- a. Menentukan model sistem dan model pengukuran metode Extended Kalman Filter

Model pada sitem direpresentasikan : $x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$

Model pengukuran : $z_{k+1} = H_k(x_{k+1}) + v_k$

- b. Melakukan pelinieran

Model persamaan air dangkal (Shallow Water) 1 Dimensi merupakan model tak linier sehingga dilakukan proses pelinieran. Proses pelinier membentuk matrik Jacobi.

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} (\hat{x}_k, u_k) \right]$$

- c. Tahap Prediksi

Pada tahap ini menghitung kovarian *error* dan estimasi pada model sistem.

Kovarian *error* : $P_{k+1}^- = AP_k + PA^T + G_k Q_k G_k^T$

Estimasi : $P_k^- = f(\hat{x}_k, u_k)$

- d. Tahap Koreksi

Pada Tahap koreksi ini menghitung Kalman Gain, Kovarian *error* pada model pengukuran. Kemudian diperoleh hasil estimasi.

Kalman Gain : $K_{k+1} H^T [H_k P_{k+1}^- H^T + R_{k+1}^p]^-$

Kovarian *error* : $P_{k+1} = [I - K_k H] P_{k+1}^-$

Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (Z_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1}^-))$

- e. Pada tahap koreksi dilakukan kembali ke langkah prediksi secara rekursif atau berulang dengan melakukan iterasi sebanyak k langkah. Pada tahap koreksi perhitungan dikatakan bagus jika nilai kovarian errornya semakin kecil dan juga perhitungan dikatakan bagus jika nilai errornya semakin kecil pula.

3.4 Hasil Simulasi dan Pembahasan

Pada langkah ini, akan dilakukan pembahasan berupa analisis hasil simulasi dari implementasi metode Extended Kalman Filter yang telah dilakukan simulasi menggunakan *Software* MATLAB untuk mengetahui hasil estimasi.

3.5 Penarikan Kesimpulan

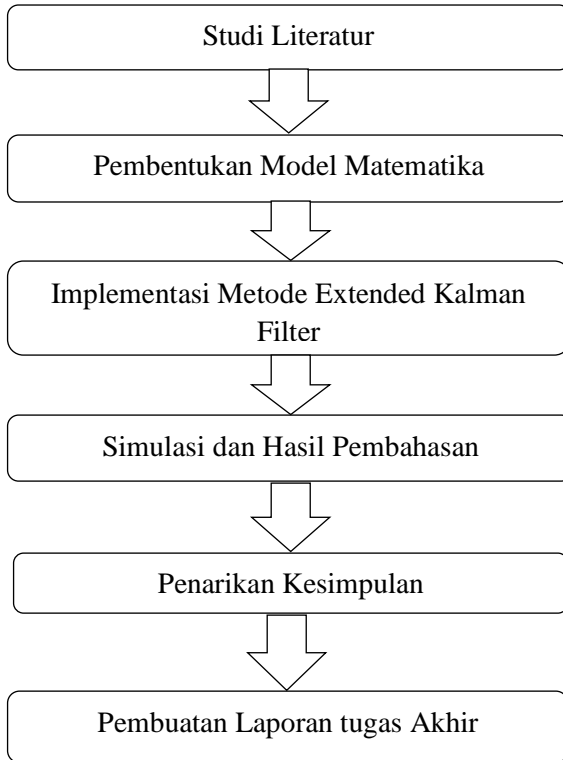
Pada langkah ini, dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan pada tahap sebelumnya. Selanjutnya dari hasil kesimpulan-kesimpulan yang terjadi diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

3.6 Pembuatan Laporan Tugas Akhir

Setelah hasil simulasi selanjutnya dibuat kesimpulan dari apa yang telah dikerjakan dari tugas akhir ini. Dan pada tahap terakhir ini, setelah bisa menjawab permasalahan pada topik Tugas Akhir ini akan dibuat laporan akhir dari pengerjaan Tugas Akhir.

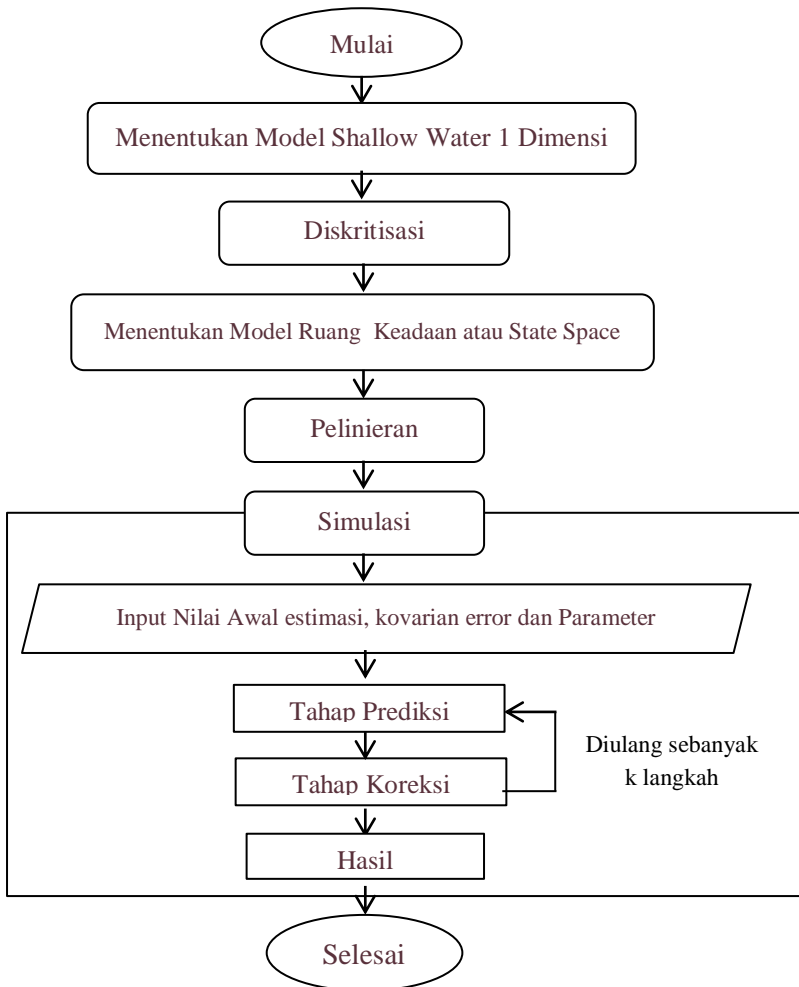
3.7 Diagram Alir Penelitian

Langkah-langkah penelitian pada Tugas Akhir disajikan dalam diagram seagbai berikut :



Gambar 3. 1 Diagram Alir Penelitian

3.8 Diagram Implementasi Model Extended Kalman Filter



Gambar 3. 2 Diagram Alir Implementasi Extended Kalman Filter

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai estimasi model persamaan Saint Venant. Pembahasan diawali dengan pendiskritan persamaan Saint Venant kemudian pembentukan model ruang keadaan (*state space*) waktu diskrit stokastik. Selanjutnya dilakukan proses estimasi dengan algoritma Extended Kalman Filter. Setelah itu melakukan simulasi dengan menggunakan MATLAB.

4.1 Persamaan Saint Venant

Masalah aliran sungai yang diambil dalam penelitian ini merupakan masalah aliran sungai dangkal (Shallow Water) dan aliran satu dimensi. Ada dua persamaan dalam hidrodinamika aliran satu dimensi, yaitu persamaan kontinuitas dan persamaan momentum. Kedua persamaan tersebut digunakan untuk menyelesaikan penelusuran air disungai yang selanjutnya dikenal dengan persamaan Saint Venant sebagai berikut [6]:

$$\left. \begin{aligned} B \frac{\partial h}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial x} + uB \frac{\partial h}{\partial x} &= q \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} &= g(S_o - S_f) - \frac{q}{A} u \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

dimana :

x = koordinat posisi (m)

u = kecepatan (m/det)

B = lebar sungai (m)

h = kedalaman air sungai (m)

A = Luas penampang (m^2)

S_o = kemiringan dasar

S_f = koefisien friction

g = percepatan gravitasi

q = debit lateral (m^3/sec)

$u(x, t)$ = kecepatan fungsi waktu

$h(x, t)$ = ketinggian fungsi waktu

4.2 Diskritisasi

Pada persamaan model Saint Venant tersebut merupakan model dinamik deterministik waktu kontinu. Persamaan Saint Venant tersebut diubah menjadi bentuk model sistem dinamik waktu diskrit. Untuk memperoleh sistem persamaan waktu diskrit dapat menggunakan metode beda hingga maju untuk variabel keadaan yang turunannya terhadap waktu. Dan untuk variabel keadaan yang turunannya terhadap jarak menggunakan beda hingga pusat/tengah.

Pada Tugas Akhir ini perubahan ketinggian (kedalaman) aliran terhadap waktu $\frac{\partial h}{\partial t}$ dan perubahan kecepatan terhadap waktu $\frac{\partial u}{\partial t}$ disubstitusikan menggunakan beda maju :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_j^{k+1} - h_j^k}{\Delta t} \quad (4.2)$$

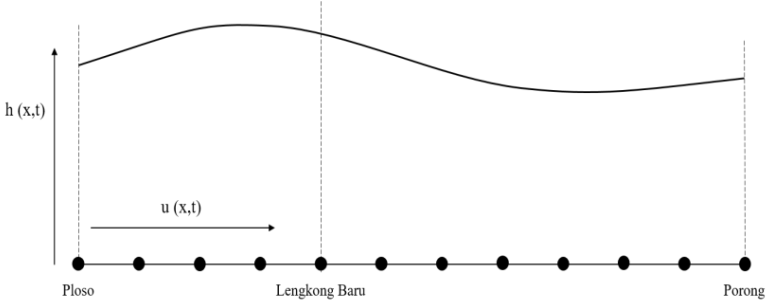
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_j^{k+1} - u_j^k}{\Delta t} \quad (4.3)$$

Untuk perubahan ketinggian dan kecepatan aliran terhadap posisi (x) disubstitusikan menggunakan beda pusat/tengah :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \quad (4.5)$$

Berikut ini bagan diskritisasi ketinggian pada sungai yang digambarkan sebagai berikut :



Gambar 4. 1 Bagan Diskritisasi Aliran Air pada Sungai

Pada Gambar 4.1, L merupakan titik-titik diskrit. Selanjutnya, substitusi Persamaan (4.2 – 4.5) kedalam Persamaan (4.1). Sehingga diperoleh pendiskritan model Saint Venant sebagai berikut :

$$\bullet \quad B \frac{\partial h}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial x} + uB \frac{\partial h}{\partial x} = q$$

$$B \left(\frac{h_j^{k+1} - h_j^k}{\Delta t} \right) + A \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) + u_j^k B \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) = q$$

$$B \left(\frac{h_j^{k+1} - h_j^k}{\Delta t} \right) = q - A \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) - u_j^k B \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right)$$

$$\left(\frac{h_j^{k+1} - h_j^k}{\Delta t} \right) = \frac{q}{B} - \frac{A}{B} \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) - \frac{u_j^k B}{B} \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right)$$

$$\left(\frac{h_j^{k+1} - h_j^k}{\Delta t} \right) = \frac{q}{B} - \frac{A}{B} \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) - u_j^k \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right)$$

$$h_j^{k+1} - h_j^k = \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{B} \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) - u_j^k \Delta t \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right)$$

$$h_j^{k+1} = h_j^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{B} \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) - u_j^k \Delta t \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right)$$

$$h_j^{k+1} = h_j^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_{j+1}^k - u_{j-1}^k) - \frac{u_j^k \Delta t}{2\Delta x}(h_{j+1}^k - h_{j-1}^k)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_o - S_f) - \frac{q}{A} u$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{u_j^{k+1} - u_j^k}{\Delta t} \right) + u_j^k \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) + g \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) \\ & \quad = g(S_o - S_f) - \frac{q}{A} u_j^k \\ & \left(\frac{u_j^{k+1} - u_j^k}{\Delta t} \right) = g(S_o - S_f) - \frac{q}{A} u_j^k - u_j^k \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) \\ & \quad - g \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_j^{k+1} - u_j^k &= g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_j^k - u_j^k \Delta t \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) \\ & \quad - g\Delta t \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_j^{k+1} &= u_j^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_j^k - u_j^k \Delta t \left(\frac{u_{j+1}^k - u_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) \\ & \quad - g\Delta t \left(\frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_j^{k+1} &= u_j^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_j^k - \frac{u_j^k \Delta t}{2\Delta x}(u_{j+1}^k - u_{j-1}^k) \\ & \quad - \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_{j+1}^k - h_{j-1}^k) \end{aligned}$$

Dengan syarat batas sebagai berikut :

$$u(0, t) = u(t)$$

$$h(L, t) = h(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial x_{x=0}} &= 0 \\ \frac{h_2^k - h_0^k}{2\Delta x} &= 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x_{x=L}} &= 0 \\ \frac{u_{L+1}^k - u_L^k}{2\Delta x} &= 0 \\ u_{L+1}^k - u_L^k &= 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Pada Tugas Akhir ini dilakukan pendiskritan dengan membagi panjang sungai sebanyak 12 bagian. Kemudian dengan mengambil $j = 1, 2, 3, \dots, 12$ dan menjalankan indeks j pada kedua persamaan secara bersama-sama maka diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} h_1^{k+1} \\ u_1^{k+1} \\ h_2^{k+1} \\ u_2^{k+1} \\ \vdots \\ h_{12}^{k+1} \\ u_{12}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_2^k - u_0^k) - \frac{u_1^k\Delta t}{2\Delta x}(h_2^k - h_0^k) \\ u_1^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A}u_1^k - \frac{u_1^k\Delta t}{2\Delta x}(u_2^k - u_0^k) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_2^k - h_0^k) \\ h_2^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_3^k - u_1^k) - \frac{u_2^k\Delta t}{2\Delta x}(h_3^k - h_1^k) \\ u_2^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A}u_2^k - \frac{u_2^k\Delta t}{2\Delta x}(u_3^k - u_1^k) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_3^k - h_1^k) \\ \vdots \\ h_{12}^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_{13}^k - u_{11}^k) - \frac{u_{12}^k\Delta t}{2\Delta x}(h_{13}^k - h_{11}^k) \\ u_{12}^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A}u_{12}^k - \frac{u_{12}^k\Delta t}{2\Delta x}(u_{13}^k - u_{11}^k) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_{13}^k - h_{11}^k) \end{bmatrix}$$

Dengan memasukkan syarat batas yang telah didiskritisasi pada Persamaan (4.8) dan (4.9) maka diperoleh matriks sistem diskrit sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} h_1^{k+1} \\ u_1^{k+1} \\ h_2^{k+1} \\ u_2^{k+1} \\ \vdots \\ h_{12}^{k+1} \\ u_{12}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^k + \frac{q\Delta t}{B} \\ u_1^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_1^k \\ h_2^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_3^k - u_1^k) - \frac{u_2^k \Delta t}{2\Delta x}(h_3^k - h_1^k) \\ u_2^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_2^k - \frac{u_2^k \Delta t}{2\Delta x}(u_3^k - u_1^k) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_3^k - h_1^k) \\ \vdots \\ h_{12}^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_{12}^k - u_{11}^k) - \frac{u_{12}^k \Delta t}{2\Delta x}(h_{12}^k - h_{11}^k) \\ u_{12}^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_{12}^k - \frac{u_{10}^k \Delta t}{2\Delta x}(u_{12}^k - u_{11}^k) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_{12}^k - h_{11}^k) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Sehingga pada Persamaan (4.10) dapat disajikan dalam bentuk persamaan ruang keadaan (*state space*) dengan bentuk sederhana menjadi yaitu :

$$\begin{bmatrix} h_1^{k+1} \\ u_1^{k+1} \\ h_2^{k+1} \\ u_2^{k+1} \\ \vdots \\ h_{12}^{k+1} \\ u_{12}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ f_{23} \\ f_{24} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Dengan :

$$\begin{aligned} f_1 &= h_1^k + \frac{q\Delta t}{B} \\ f_2 &= u_1^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_1^k \\ f_3 &= h_2^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_3^k - u_1^k) - \frac{u_2^k \Delta t}{2\Delta x}(h_3^k - h_1^k) \\ f_4 &= u_2^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_2^k - \frac{u_2^k \Delta t}{2\Delta x}(u_3^k - u_1^k) \\ &\quad - \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_3^k - h_1^k) \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 f_{23} &= h_{12}^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_{12}^k - u_{11}^k) - \frac{u_{12}^k\Delta t}{2\Delta x}(h_{12}^k - h_{11}^k) \\
 f_{24} &= u_{12}^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A}u_{12}^k - \frac{u_{10}^k\Delta t}{2\Delta x}(u_{12}^k - u_{11}^k) \\
 &\quad - \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_{12}^k - h_{11}^k)
 \end{aligned}$$

4.3 Pembentukan Sistem Diskrit Stokastik

Model Saint Venant dimensi satu pada (4.10) merupakan sistem deterministik. Model tersebut mengabaikan adanya noise atau gangguan. *Noise-noise* tersebut dapat terjadi pada model sistem seperti kesalahan dalam memodelkan dan juga *noise* dapat terjadi pada model pengukuran. Walaupun *noise* berukuran sangat kecil namun perlu diperhitungkan adanya suatu *noise*. Persamaan (4.10) dengan mempertimbangkan adanya suatu *noise* maka menjadi :

$$\begin{bmatrix} h_1^{k+1} \\ u_1^{k+1} \\ h_2^{k+1} \\ u_2^{k+1} \\ \vdots \\ h_{12}^{k+1} \\ u_{12}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ f_{23} \\ f_{24} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \\ w_{3k} \\ w_{4k} \\ \vdots \\ w_{23k} \\ w_{24k} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Dengan

$$\begin{aligned}
 f_1 &= h_1^k + \frac{q\Delta t}{B} \\
 f_2 &= u_1^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A}u_1^k \\
 f_3 &= h_2^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_3^k - u_1^k) - \frac{u_2^k\Delta t}{2\Delta x}(h_3^k - h_1^k) \\
 f_4 &= u_2^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A}u_2^k - (u_3^k - u_1^k) \\
 &\quad - \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_3^k - h_1^k)
 \end{aligned}$$

⋮

$$f_{23} = h_{12}^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x}(u_{12}^k - u_{11}^k) - \frac{u_{12}^k\Delta t}{2\Delta x}(h_{12}^k - h_{11}^k)$$

$$f_{24} = u_{12}^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A}u_{12}^k - \frac{u_{10}^k\Delta t}{2\Delta x}(u_{12}^k - u_{11}^k)$$

$$- \frac{g\Delta t}{2\Delta x}(h_{12}^k - h_{11}^k)$$

4.4 Implementasi Extended Kalman Filter

Berikut ini adalah langkah-langkah yang digunakan dalam estimasi menggunakan Extended Kalman Filter :

1. Model Sistem dan Pengukuran

Model diskritisasi dari persamaan Saint Venant telah memenuhi bentuk *state space* dari metode Extended Kalman Filter. Seperti yang dijelaskan pada persamaan (4.11) yaitu :

$$\begin{bmatrix} h_1^{k+1} \\ u_1^{k+1} \\ h_2^{k+1} \\ u_2^{k+1} \\ \vdots \\ h_{12}^{k+1} \\ u_{12}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ f_{23} \\ f_{24} \end{bmatrix}$$

Dimana

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} h_1^{k+1} \\ u_1^{k+1} \\ h_2^{k+1} \\ u_2^{k+1} \\ \vdots \\ h_{12}^{k+1} \\ u_{12}^{k+1} \end{bmatrix}, \quad f(x_k, u_k) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ f_{23} \\ f_{24} \end{bmatrix}$$

Menyesuaikan dengan bentuk persamaan ruang keadaan dari sistem dinamik stokastik diskrit dalam algoritma Extended Kalman Filter yaitu :

$$X_{k+1} = f(x_k, u_k) + G_k w_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

Maka dari Persamaan (4.12) yang telah didapatkan bentuk persamaan ruang keadaan dari sistem dinamik stokastik diskrit menjadi :

$$\begin{bmatrix} h_1^{k+1} \\ u_1^{k+1} \\ h_2^{k+1} \\ u_2^{k+1} \\ \vdots \\ h_{12}^{k+1} \\ u_{12}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ f_{23} \\ f_{24} \end{bmatrix} + G_k \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \\ w_{3k} \\ w_{4k} \\ \vdots \\ w_{23k} \\ w_{24k} \end{bmatrix}$$

Dengan :

$$f_1 = h_1^k + \frac{q\Delta t}{B} \quad (4.13)$$

$$f_2 = u_1^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_1^k \quad (4.14)$$

$$f_3 = h_2^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x} (u_3^k - u_1^k) - \frac{u_2^k \Delta t}{2\Delta x} (h_3^k - h_1^k) \quad (4.15)$$

$$f_4 = u_2^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_2^k - (u_3^k - u_1^k) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (h_3^k - h_1^k) \quad (4.16)$$

⋮

$$f_{23} = h_{12}^k + \frac{q\Delta t}{B} - \frac{A\Delta t}{2B\Delta x} (u_{12}^k - u_{11}^k) - \frac{u_{12}^k \Delta t}{2\Delta x} (h_{12}^k - h_{11}^k) \quad (4.17)$$

$$f_{24} = u_{12}^k + g\Delta t(S_o - S_f) - \frac{q\Delta t}{A} u_{12}^k - \frac{u_{10}^k \Delta t}{2\Delta x} (u_{12}^k - u_{11}^k) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (h_{12}^k - h_{11}^k) \quad (4.18)$$

Dan G_k merupakan matriks koefisien *noise* sistem berukuran 24×24 . Dimana matriks koefisien *noise* sistem ini berupa matriks identitas.

Sedangkan pada model pengukurannya adalah

2. Inisialisasi Awal

Pada Tugas Akhir ini Setelah mendapatkan model sistem dan model pengukuran, selanjutnya melakukan inisialisasi awal. Dimana inisialisasi awal ini untuk estimasi awal (\widehat{X}_0) dan kovarian $X(P_0)$ yaitu

$$\widehat{X}_0 = \overline{X}_0, P_0 = P_{X_0}$$

Dimana

$$\overline{X}_0 =$$

$$[h_1, u_1, h_2, u_2, h_3, u_3, h_4, u_4, h_5, u_5, h_6, u_6, h_7, u_7, h_8, u_8, h_9, u_9, h_{10}, u_{10}, h_{11}, u_{11}, h_{12}, u_{12}]^T$$

dan P_{X_0} merupakan matriks koverian *error* diagonal ukuran 24×24 .

3. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi digunakan model sistem yang sudah dilinierkan dengan membentuk matrik Jacobi. Sedangkan untuk matriks H tidak dihitung karena model pengukuran dianggap linier.

$$A = \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_j} (\hat{x}_k, u_k) \right)$$

Model Saint Venant Pada Tugas Akhir ini merupakan model non linier. Pada tahap prediksi metode Extended Kalman Filter membutuhkan sistem yang linier, maka dari itu terlebih dulu dilakukan pelinieran dengan membentuk matriks Jacobian dimana untuk menentukan matriks A, sehingga diperoleh matriks Jacobian yaitu :

A

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial h_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial h_2} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \frac{\partial f_1}{\partial h_3} & \frac{\partial f_1}{\partial u_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_1}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_1}{\partial h_{24}} & \frac{\partial f_1}{\partial u_{24}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial h_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial h_2} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \frac{\partial f_2}{\partial h_3} & \frac{\partial f_2}{\partial u_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_2}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_2}{\partial h_{24}} & \frac{\partial f_2}{\partial u_{24}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial h_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial h_2} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} & \frac{\partial f_3}{\partial h_3} & \frac{\partial f_3}{\partial u_3} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_3}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_3}{\partial h_{24}} & \frac{\partial f_3}{\partial u_{24}} \\ \frac{\partial f_4}{\partial h_1} & \frac{\partial f_4}{\partial u_1} & \frac{\partial f_4}{\partial h_2} & \frac{\partial f_4}{\partial u_2} & \frac{\partial f_4}{\partial h_3} & \frac{\partial f_4}{\partial u_3} & \dots & \frac{\partial f_4}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_4}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_4}{\partial h_{24}} & \frac{\partial f_4}{\partial u_{24}} \\ \frac{\partial f_5}{\partial h_1} & \frac{\partial f_5}{\partial u_1} & \frac{\partial f_5}{\partial h_2} & \frac{\partial f_5}{\partial u_2} & \frac{\partial f_5}{\partial h_3} & \frac{\partial f_5}{\partial u_3} & \dots & \frac{\partial f_5}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_5}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_5}{\partial h_{24}} & \frac{\partial f_5}{\partial u_{24}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{23}}{\partial h_1} & \frac{\partial f_{23}}{\partial u_1} & \frac{\partial f_{23}}{\partial h_2} & \frac{\partial f_{23}}{\partial u_2} & \frac{\partial f_{23}}{\partial h_3} & \frac{\partial f_{23}}{\partial u_3} & \dots & \frac{\partial f_{23}}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_{23}}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_{23}}{\partial h_{24}} & \frac{\partial f_{23}}{\partial u_{24}} \\ \frac{\partial f_{24}}{\partial h_1} & \frac{\partial f_{24}}{\partial u_1} & \frac{\partial f_{24}}{\partial h_2} & \frac{\partial f_{24}}{\partial u_2} & \frac{\partial f_{24}}{\partial h_3} & \frac{\partial f_{24}}{\partial u_3} & \dots & \frac{\partial f_{24}}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_{24}}{\partial h_{23}} & \frac{\partial f_{24}}{\partial h_{24}} & \frac{\partial f_{24}}{\partial u_{24}} \end{pmatrix}$$

Dengan f_1 sampai f_{24} seperti yang sudah dituliskan pada persamaan (4.13) – (4.18) maka :

Turunan f_1

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial h_1} &= 1 \\ \frac{\partial f_1}{\partial u_1} &= \frac{\partial f_1}{\partial h_2} = \frac{\partial f_1}{\partial u_2} = \frac{\partial f_1}{\partial h_3} = \frac{\partial f_1}{\partial u_3} = \frac{\partial f_1}{\partial h_4} = \frac{\partial f_1}{\partial u_4} = \frac{\partial f_1}{\partial h_5} = \frac{\partial f_1}{\partial u_5} = \frac{\partial f_1}{\partial h_6} = \frac{\partial f_1}{\partial u_6} \\ &= \frac{\partial f_1}{\partial h_7} = \frac{\partial f_1}{\partial u_7} = \frac{\partial f_1}{\partial h_8} = \frac{\partial f_1}{\partial u_8} = \frac{\partial f_1}{\partial h_9} = \frac{\partial f_1}{\partial u_9} = \frac{\partial f_1}{\partial h_{10}} \\ &= \frac{\partial f_1}{\partial u_{10}} = \frac{\partial f_1}{\partial h_{11}} = \frac{\partial f_1}{\partial u_{11}} = \frac{\partial f_1}{\partial h_{12}} = \frac{\partial f_1}{\partial u_{12}} = 0 \end{aligned}$$

Turunan f_2

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial h_1} &= 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} &= 1 - \frac{q\Delta t}{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_2}{\partial h_2} &= \frac{\partial f_2}{\partial u_2} = \frac{\partial f_2}{\partial h_3} = \frac{\partial f_2}{\partial u_3} = \frac{\partial f_2}{\partial h_4} = \frac{\partial f_2}{\partial u_4} = \frac{\partial f_2}{\partial h_5} = \frac{\partial f_2}{\partial u_5} = \frac{\partial f_2}{\partial h_6} = \frac{\partial f_2}{\partial u_6} \\
&= \frac{\partial f_2}{\partial h_7} = \frac{\partial f_2}{\partial u_7} = \frac{\partial f_2}{\partial h_8} = \frac{\partial f_2}{\partial u_8} = \frac{\partial f_2}{\partial h_9} = \frac{\partial f_2}{\partial u_9} = \frac{\partial f_2}{\partial h_{10}} \\
&= \frac{\partial f_2}{\partial u_{10}} = \frac{\partial f_2}{\partial h_{11}} = \frac{\partial f_2}{\partial u_{11}} = \frac{\partial f_2}{\partial h_{12}} = \frac{\partial f_2}{\partial u_{12}} = 0
\end{aligned}$$

Untuk turunan terhadap $f_3, f_5, f_7, f_9, f_{11}, f_{13}, f_{15}, f_{17}, f_{19}, f_{21}$ dengan $n = 2, 3, 4, \dots, 11$ dan $j = 1, 2, 3, 4, \dots, 12$ dimana j adalah titik diskrit maka turunannya adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial f_{2n-1}}{\partial h_{2n-3}} = \frac{u_j^k \Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{2n-1}}{\partial u_{2n-3}} = \frac{A\Delta t}{2\Delta x B}$$

$$\frac{\partial f_{2n-1}}{\partial h_{2n-2}} = 1$$

$$\frac{\partial f_{2n-1}}{\partial h_{2n-2}} = -\frac{h_{j+1}^k \Delta t}{2\Delta x} + \frac{h_j \Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{2n-1}}{\partial h_{2n-1}} = -\frac{u_j^k \Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{2n-1}}{\partial h_{2n-1}} = -\frac{A\Delta t}{2\Delta x B}$$

Sedangkan untuk turunan terhadap $f_4, f_6, f_8, f_{10}, f_{12}, f_{14}, f_{16}, f_{18}, f_{20}, f_{22}$ dengan $n = 2, 3, 4 \dots 11$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, 12$ dan dimana j merupakan titik diskrit maka turunannya adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial f_{2n}}{\partial h_{2n-3}} = \frac{g\Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{2n}}{\partial u_{2n-3}} = \frac{u_j^k \Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{2n}}{\partial h_{2n-2}} = 0$$

$$\frac{\partial f_{2n}}{\partial h_{2n-2}} = 1 - \frac{q\Delta t}{A} - \frac{u_{j+1}^k \Delta t}{2\Delta x} + \frac{u_{j-1}^k \Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{2n}}{\partial h_{2n-1}} = -\frac{g\Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{2n}}{\partial h_{2n-1}} = -\frac{u_j^k \Delta t}{2\Delta x}$$

Sedangkan turunan f_{23} dan f_{24} adalah sebagai berikut :

Turunan f_{23}

$$\frac{\partial f_{23}}{\partial h_{11}} = \frac{u_{12}^k \Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{23}}{\partial u_9} = \frac{A\Delta t}{2\Delta x B}$$

$$\frac{\partial f_{23}}{\partial h_{12}} = 1 - \frac{u_{12}\Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{23}}{\partial u_{12}} = -\frac{A\Delta t}{2\Delta x B} - \frac{h_{12}^k \Delta t}{2\Delta x} + \frac{h_{11}^k \Delta t}{2\Delta x}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{23}}{\partial h_1} &= \frac{\partial f_{23}}{\partial u_1} = \frac{\partial f_{23}}{\partial h_2} = \frac{\partial f_{23}}{\partial u_2} = \frac{\partial f_{23}}{\partial h_3} = \frac{\partial f_{23}}{\partial u_3} = \frac{\partial f_{23}}{\partial h_4} = \frac{\partial f_{23}}{\partial u_4} = \frac{\partial f_{23}}{\partial h_5} \\ &= \frac{\partial f_{23}}{\partial u_5} = \frac{\partial f_{23}}{\partial h_6} = \frac{\partial f_{23}}{\partial u_6} = \frac{\partial f_{23}}{\partial h_7} = \frac{\partial f_{23}}{\partial u_7} = \frac{\partial f_{23}}{\partial h_8} \\ &= \frac{\partial f_{23}}{\partial u_8} = \frac{\partial f_{23}}{\partial h_9} = \frac{\partial f_{23}}{\partial u_9} = \frac{\partial f_{23}}{\partial h_{10}} = \frac{\partial f_{23}}{\partial u_{10}} = 0 \end{aligned}$$

Turunan f_{24}

$$\frac{\partial f_{24}}{\partial h_{11}} = \frac{g\Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{24}}{\partial u_{11}} = \frac{u_{12}^k \Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{24}}{\partial h_{12}} = -\frac{g\Delta t}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial f_{24}}{\partial u_{12}} = 1 - \frac{q\Delta t}{A} - \frac{2u_{12}^k \Delta t}{2\Delta x} + \frac{u_{11}^k \Delta t}{2\Delta x}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{24}}{\partial h_1} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_1} = \frac{\partial f_{24}}{\partial h_2} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_2} = \frac{\partial f_{24}}{\partial h_3} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_3} = \frac{\partial f_{24}}{\partial h_4} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_4} = \frac{\partial f_{24}}{\partial h_5} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_5} \\ = \frac{\partial f_{24}}{\partial h_6} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_6} = \frac{\partial f_{24}}{\partial h_7} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_7} = \frac{\partial f_{24}}{\partial h_8} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_8} \\ = \frac{\partial f_{24}}{\partial h_9} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_9} = \frac{\partial f_{24}}{\partial h_{10}} = \frac{\partial f_{24}}{\partial u_{10}} = 0 \end{aligned}$$

Setelah melakukan pelinieran membentuk matriks Jacobi, lalu pada algoritma Extended Kalman Filter dihitung *Kovarian Error* dan estimasi yaitu :

$$\text{Kovarian Error} : P_{k+1}^- = AP_k + P_k A^T + G_k Q_k G_k^T$$

$$\text{Estimasi} : \hat{X}_k^- = f(\hat{X}_k, u_k)$$

Dimana kovarian dari *noise* sistem Q_k merupakan matriks diagonal ukuran 24x24

4. Tahap koreksi

Pada tahap koreksi dihitung Kalman Gain, kovarian error dan estimasi melalui model pengukuran yaitu :

$$\text{Kalman Gain} : K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$$

$$\text{Kovariansi Error} : P_{k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1}^-$$

$$\text{Estimasi} : \hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^- + K_{k+1} \left(z_{k+1} - h(\hat{X}_{k+1}^-) \right)$$

Kovarian *noise* pengukuran R_k merupakan matriks diagonal dengan ukuran 6x6

$$R_k = \begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_6 \end{pmatrix}$$

Dan dengan matriks H adalah matriks koefisien pengukuran dimana matriks pengukuran ini pada Tugas Akhir mengambil 3 titik pengamatan sehingga matriks H ini merupakan sebuah matriks berukuran 6×24 sebagai berikut :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Setelah melewati tahap koreksi, kembali ke tahap prediksi dengan waktu selanjutnya dan berulang terus menerus sesuai iterasi yang dilakukan. Pada Tugas Akhir ini dilakukan iterasi sebanyak 100 kali sedangkan untuk memasukkan data pada pengukuran digunakan iterasi sebanyak 90 kali, yaitu sejumlah data.

4.5 Analisis Hasil Simulasi Extended Kalman Filter

Pada subbab ini simulasi dilakukan dengan menerapkan algoritma Extended Kalman Filter. Pada saat simulasi dengan menggunakan Extended Kalman Filter akan dibandingkan bagaimana hasil keluaran dari model sistem dan hasil estimasi serta bagaimana hasil estimasi dengan memasukkan data pengukuran yang ada. Dari algoritma Extended Kalman Filter yang telah dijelaskan pada subbab 4.2, selanjutnya algoritma tersebut diimplementasikan pada bahasa pemrograman matlab. Pada simulasi tugas akhir ini akan diberikan grafik berupa hasil estimasi ketinggian air, debit air dan kecepatan air menggunakan metode Extended Kalman Filter. Dan akan dibandingkan

bagaimana perbedaan hasil model sistem dan hasil estimasi dengan memasukkan data yang diukur. Dalam simulasi ini, diberikan nilai awal dan parameter yang digunakan adalah

Tabel 4. 1. Nilai Parameter

Parameter	Nilai
Gravitasi (g)	9.8 m/s
S_0	0.024
S_f	0.006
A	100
B	50
Δt	0,0001
Δx	4716

Pada simulasi estimasi ketinggian dan debit air ini diambil studi kasus pada sungai Brantas dimana pada tugas akhir ini dilakukan pengamatan pada 3 titik daerah, yaitu daerah pengamatan yang terletak di Ploso Jombang, Lengkong Baru Mojokerto dan Kali Porong Sidoarjo. Panjang sungai diukur dari titik pengukuran daerah Jombang sampai titik pengamatan di daerah Porong Sidoarjo. Dengan asumsi sungai dianggap lurus dan bersih.

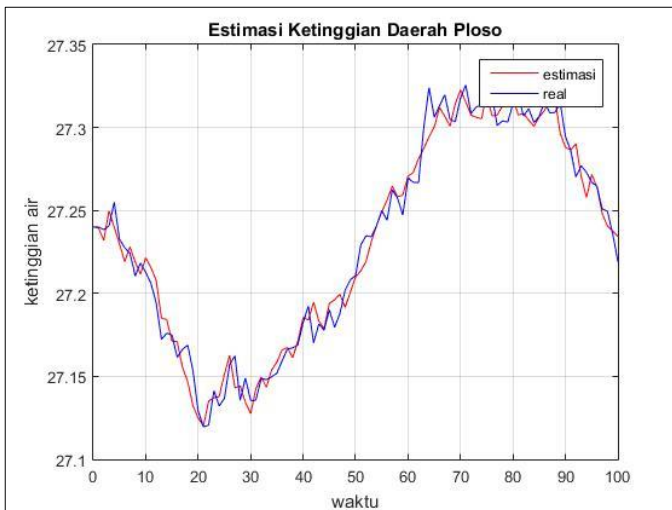
Simulasi dilakukan menggunakan kondisi awal aliran sungai normal, aliran sungai berpotensi meluap, aliran sungai dangkal dan dengan memasukkan data pengukuran. Pada tugas Akhir ini pada simulasi dengan inputan pada aliran sungai normal, aliran sungai tinggi dan aliran sungai rendah akan dilakukan iterasi yaitu sebanyak 100 kali, sedangkan ketika memasukkan data dalam model pengukuran digunakan iterasi sebanyak 90 kali yaitu sejumlah data. Dan selanjutnya pada Tugas Akhir ini akan dihitung nilai *error* hasil estimasi pada simulasi

4.5.1 Aliran Sungai Normal

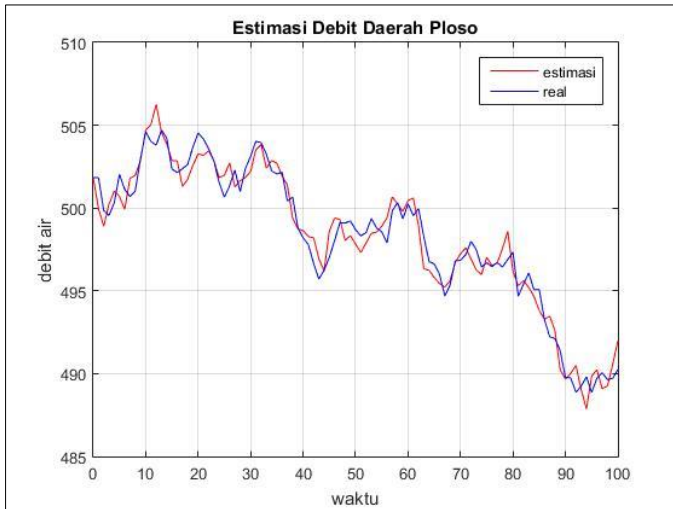
Pada simulasi yang pertama digunakan inputan awal ketinggian dan kecepatan yang normal, sehingga debit yang

digunakan untuk menghitung kecepatan adalah dengan mengambil debit normal. Pengukuran pada titik pengamatan yaitu daerah Ploso Jombang, New Lengkon Mojokerto dan Porong dengan mengambil ketinggian normal pada masing-masing titik pengamatan yaitu daerah Ploso Jombang yaitu dengan ketinggian 27,44 meter, debit normal yaitu $501,84 \text{ m}^3/\text{s}$ sehingga dapat ditentukan kecepatan normalnya adalah $5,018 \text{ m/s}$

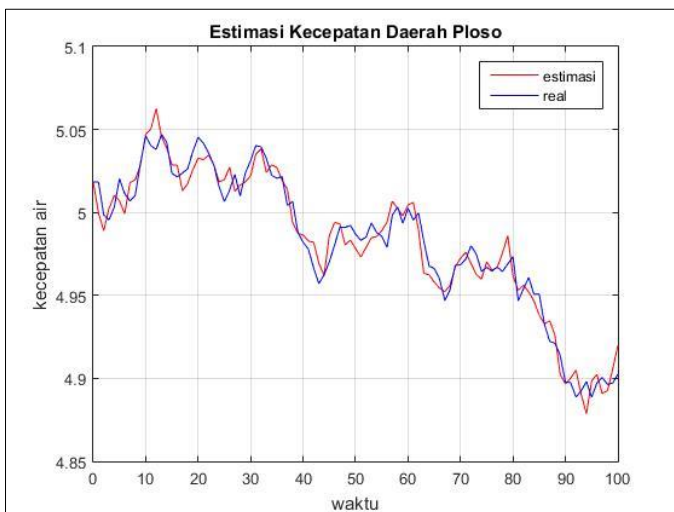
Pada titik pengamatan New Lengkon Mojokerto dengan mengambil ketinggian awal sungai yaitu meter 17,86 ,debit normal $487,47 \text{ m}^3/\text{s}$ sehingga kecepatan normal adalah $4,87 \text{ m/s}$. Pada pengamatan titik Porong yaitu dengan mengambil ketinggian normalnya adalah 3,59 debit normalnya adalah $580,6 \text{ m}^3/\text{s}$ dan kecepatan normal $5,805 \text{ m/s}$.



Gambar 4. 2 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Normal Daerah Ploso

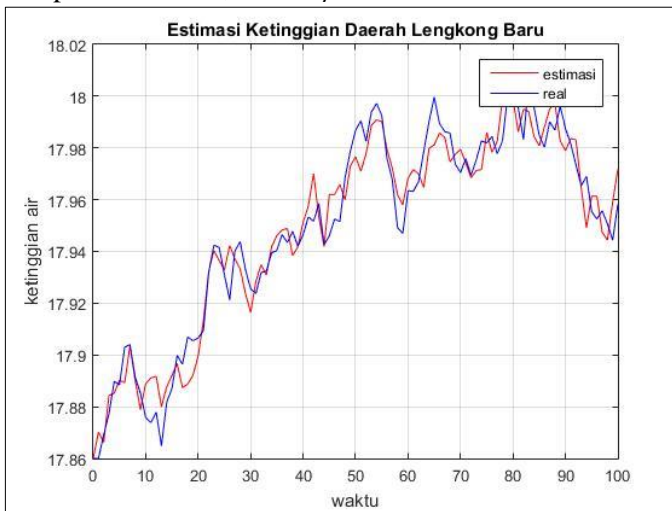


Gambar 4. 3 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Normal Daerah Ploso

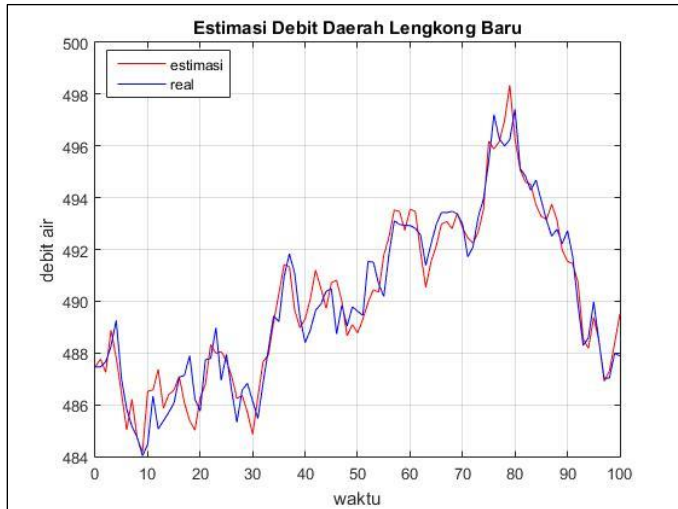


Gambar 4. 4 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Normal Daerah Ploso

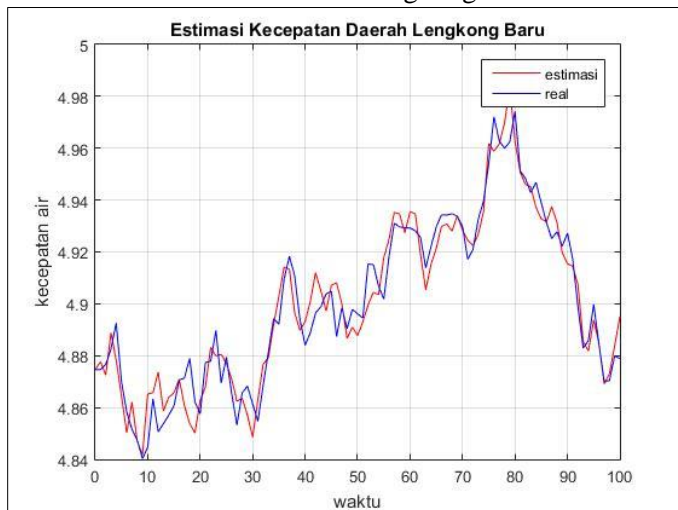
Dari hasil simulasi diperoleh bahwa dari grafik estimasi ketinggian, debit dan kecepatan pada titik pengamatan daerah Ploso menunjukkan bahwa tidak jauh berbeda dengan grafik sistem. Dengan ketinggian yang berkisar antara 27,22 meter sampai dengan 27,28 meter. Sedangkan untuk debit air didapatkan debit air berkisar antara 499,5 sampai 504 m^3/s dengan kecepatan berkisar antara 4,9 sampai 5 m/s . Seperti yang terlihat pada Gambar 4.2, 4.3 dan 4.4, bahwa grafik estimasi ketinggian dan debit hampir sama, hal ini dikarenakan luas penampang profil sungai pada setiap titik luasnya dianggap sama. Setelah itu dengan menjalankan simulasi beberapa kali maka didapatkan hasil RMSE dari estimasi untuk ketinggian sebesar 0,0033 m , untuk debit air sebesar 0.3574 m^3/s sedangkan RMSE untuk kecepatan adalah 0,0039 m/s .



Gambar 4. 5 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Normal Daerah Lengkong Baru

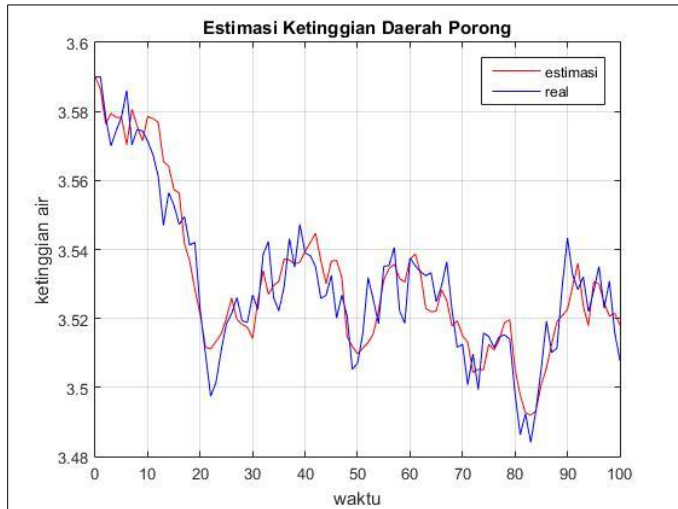


Gambar 4. 6 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Normal Daerah Lengkong Baru

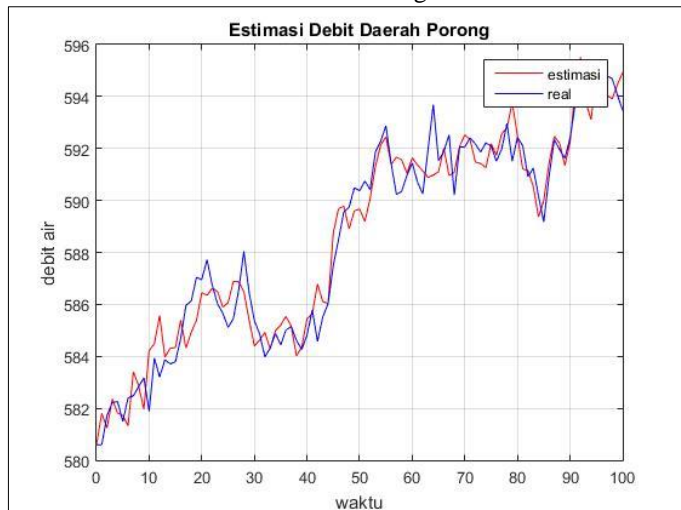


Gambar 4. 7 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Normal Daerah Lengkong Baru

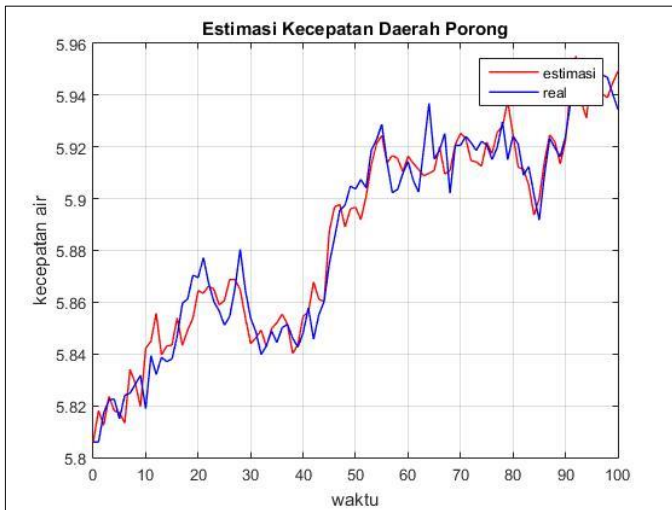
Dari hasil simulasi pada Gambar 4.5, 4.6, 4.7 didapat bahwa grafik estimasi ketinggian, debit dan kecepatan pada titik pengamatan 5 yaitu daerah Lengkong Baru menunjukkan bahwa grafik juga tidak jauh berbeda dengan model sistem. Dengan ketinggian yang berkisar antara 17,85 meter sampai dengan 17,91 meter. Ketinggian air tergolong normal. Sedangkan untuk debit air didapatkan debit air berkisar antara 411 sampai 488 m^3/s . Untuk luas penampang sungai tetap maka hasil grafik estimasi debit dan kecepatan adalah sama. Dengan kecepatan berkisar antara 4,1 sampai 4,8 m/s . Setelah itu dengan menjalankan simulasi beberapa kali maka didapatkan hasil RMSE untuk ketinggian sebesar 0,0037 m , untuk debit air sebesar 0,3633 m^3/s sedangkan RMSE untuk kecepatan adalah 0,0036 m/s .



Gambar 4. 8 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Normal Daerah Porong



Gambar 4. 9 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Normal Daerah Porong



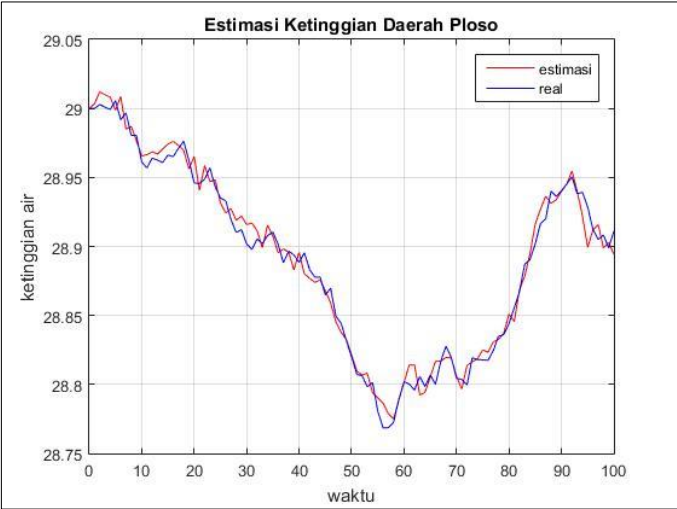
Gambar 4. 10 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Normal Daerah Porong

Sedangkan dari hasil simulasi dari Gambar 4.8 , didapat bahwa hasil dari grafik estimasi ketinggian, debit dan kecepatan pada titik pengamatan 12 yaitu daerah Porong menunjukkan bahwa grafik estimasi mengikuti grafik realnya. Dengan ketinggian yang berkisar antara 3,5 meter sampai dengan 3,62 meter. Ketinggian air tergolong normal. Sedangkan untuk debit air didapatkan debit air berkisar antara 579 sampai 585 m^3/s terlihat bahwa grafik estimasi kecepatan dan debit adalah sama, hal ini disebabkan oleh luas penampang profil sungai sama. Estimsi kecepatan pada Gambar 4.10 yaitu berkisar antara 5,7 sampai 5,85 m/s . Dengan menjalankan simulasi beberapa kali maka didapatkan hasil RMSE untuk ketinggian sebesar 0,0048 m , untuk debit air sebesar 0.3579 m^3/s sedangkan RMSE untuk kecepatan adalah 0,0036 m/s . Sehingga estimasi ketinggian, debit dan kecepatan pada titik 12 yaitu daerah Porong bisa dikatakan bagus dan mendekati nilai estimasi.

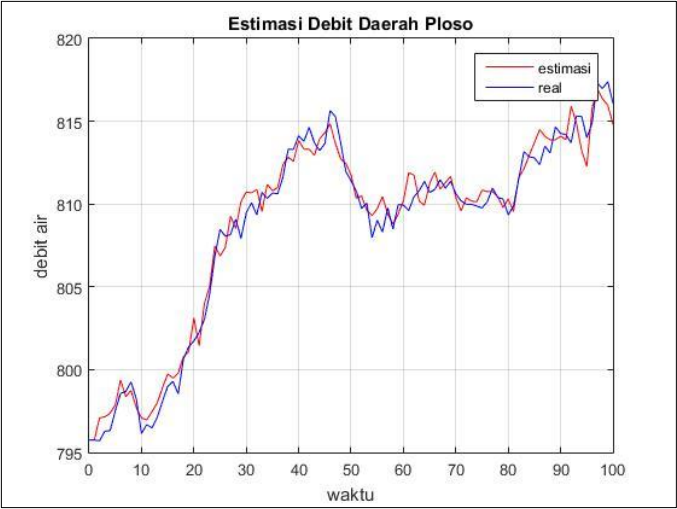
4.5.2 Aliran Sungai Berpotensi Meluap

Pada simulasi ini akan dilakukan pada aliran sungai tinggi dimana aliran sungai tinggi ini berpotensi untuk meluap. Dengan menggunakan 3 titik pengamatan pada Sungai Brantas yaitu pada pengamatan di daerah Ploso Jombang, Lengkong Baru Mojokerto dan Porong. Pada titik pengamatan daerah Ploso Jombang dengan mengambil aliran sungai tinggi yaitu dengan ketinggian adalah 29 meter, debit adalah $795,75 \text{ m}^3/\text{s}$ sehingga kecepatannya adalah $7,95 \text{ m/s}$ dimana nilai-nilai tersebut diperkirakan berpotensi sungai meluap.

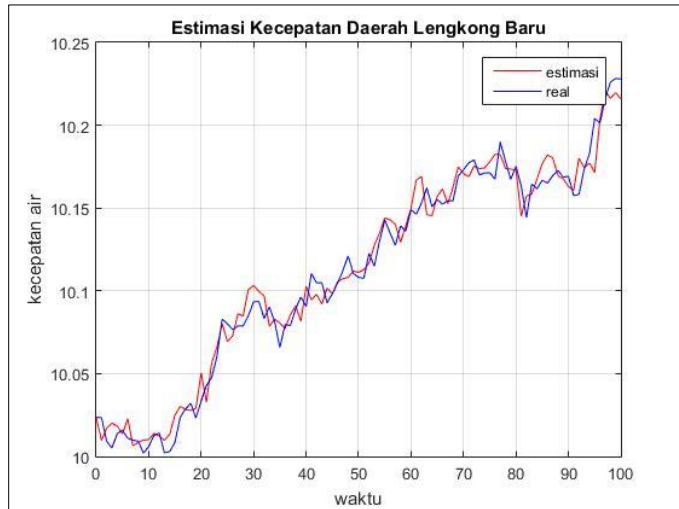
Pada titik pengamatan Lengkong Baru Mojokerto dengan mengambil ketinggian awal sungai yaitu 17,9 meter, dimana ketinggian ini bisa berpotensi sungai meluap serta dengan mengambil debitnya adalah $1002,35 \text{ m}^3/\text{s}$ sehingga didapatkan kecepatannya adalah $10,02 \text{ m/s}$. Kemudian pada pengamatan titik Porong juga mengambil ketinggiannya adalah 5,70 meter dimana ketinggian, debit adalah $1600,82 \text{ m}^3/\text{s}$ dan kecepatan 16 m/s . Dimana nilai-nilai ketinggian, debit dan kecepatan tersebut berpotensi banjir



Gambar 4. 11 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Meluap Daerah Ploso

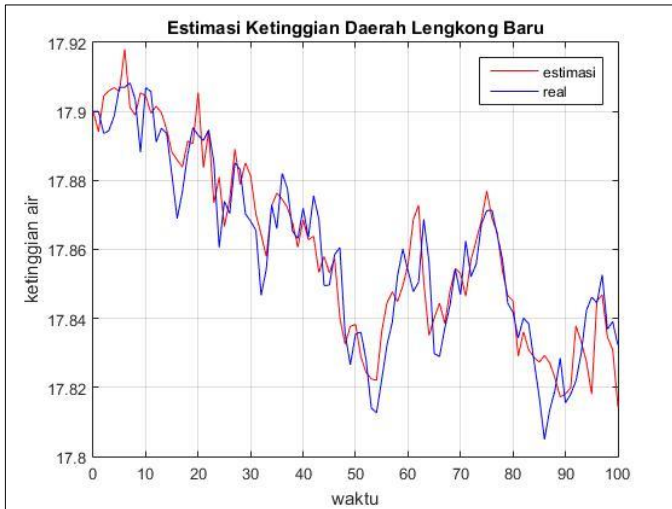


Gambar 4. 12 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Meluap Daerah Ploso

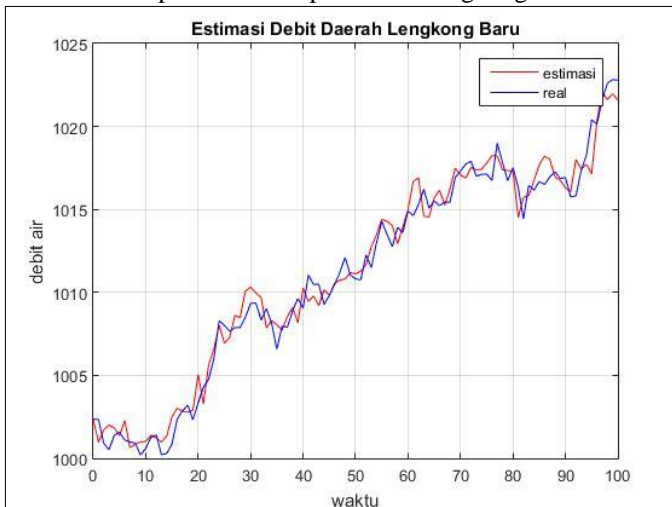


Gambar 4. 13 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Meluap Daerah Ploso

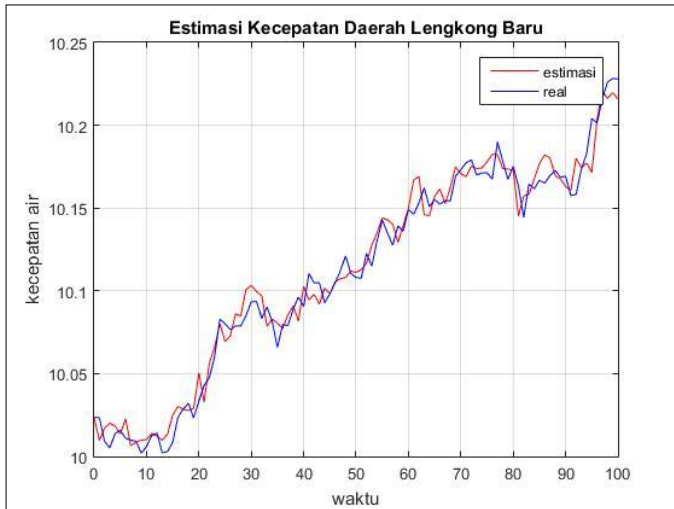
Dari hasil simulasi kedua ini, didapatkan estimasi ketinggian air, debit dan kecepatan air seperti terlihat pada Gambar 4.11. Pada hasil simulasi ini ketinggian pada sungai mengalami kenaikan dan penurunan tetapi masih dalam kriteria berpotensi meluap. Ketinggian dari simulasi ini berkisar antara 28 meter hingga 29,02 meter. Sedangkan pada debitnya juga masih dalam kriteria berpotensi meluap dengan kisaran 708,5 hingga 801 m^3/s . Setelah itu dengan menjalankan simulasi beberapa kali maka didapatkan hasil RMSE ketinggian sebesar 0,0037 m, RMSE pada debit sebesar 0,4186 m^3/s dan RMSE dari kecepatan adalah 0,0042 m/s .



Gambar 4. 14 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Lengkong Baru

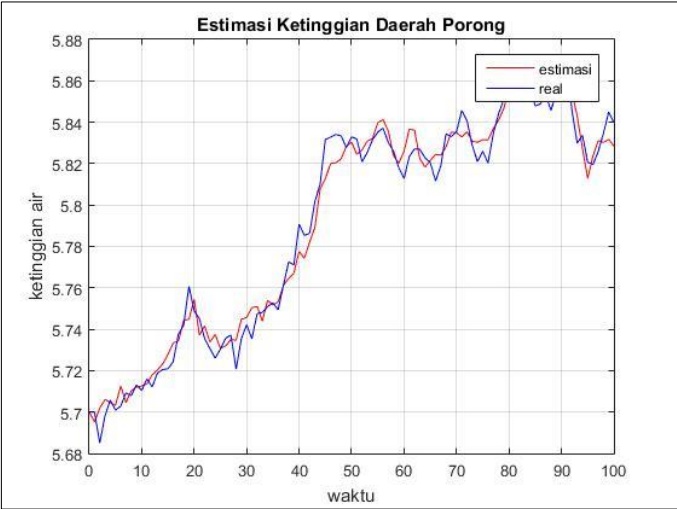


Gambar 4. 15 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Lengkong Baru

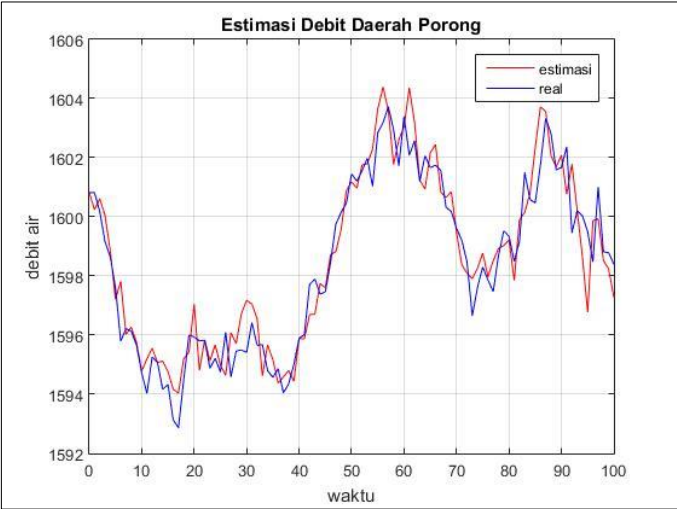


Gambar 4. 16 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Lengkong

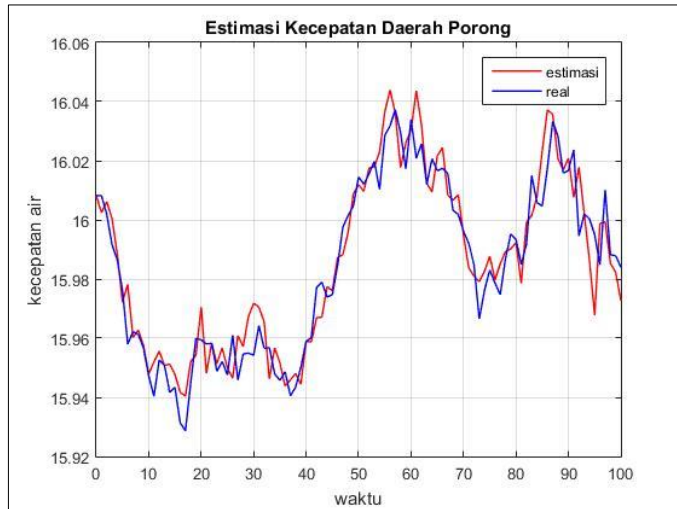
Dari hasil simulasi didapat grafik estimasi ketinggian, debit dan kecepatan pada daerah Lengkong Baru menunjukkan bahwa tidak jauh berbeda dengan model sistem. Dengan ketinggian yang berkisar antara 17,8 meter sampai dengan 17,95 meter. Dimana ketinggian pada hasil simulasi menunjukkan grafiknya relatif menurun. Pada hasil grafik simulasi debit mengalami kenaikan. Sehingga dari grafik debit air didapatkan berkisar antara 1002 sampai 1005,5 m^3/s sedangkan kecepatan berkisar antara 10,02 sampai 10,5 m/s . Sehingga dari grafik dapat dikatakan bahwa kecepatan ini mengalami kenaikan. Selanjutnya Setelah itu dengan menjalankan simulasi beberapa kali maka didapatkan hasil RMSE untuk ketinggian sebesar 0,0045 m , untuk debit air sebesar 0.3863 m^3/s sedangkan RMSE untuk kecepatan adalah 0,0039 m/s . Selanjutnya ditampilkan grafik dari hasil simulasi pada daerah Porong.



Gambar 4. 17 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Porong



Gambar 4. 18 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Porong



Gambar 4. 19 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Berpotensi Meluap Daerah Porong

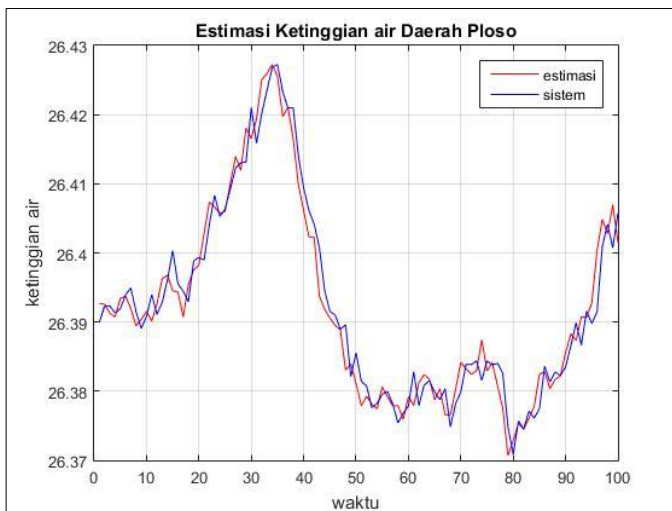
Dari hasil simulasi dari grafik terlihat grafik estimasi mengikuti grafik pada sistem. Pada hasil simulasi ini ketinggian pada sungai mengalami kenaikan dan penurunan tetapi masih dalam kriteria berpotensi banjir. Ketinggian dari simulasi ini berkisar antara 5,67 meter hingga 5,71 meter. Sedangkan pada debitnya juga masih dalam kriteria berpotensi banjir dimana pada grafik debit mengalami kenaikan. Debit pada hasil simulasi didapatkan dengan kisaran 1600,5 hingga 1605,5 m^3/s sehingga kecepatannya juga mengalami kenaikan berkisar antara 15,9 hingga 16,03 m/s . Selanjutnya hasil estimasi didapatkan RMSE ketinggian sebesar 0,0042 m , RMSE pada debit sebesar 0,3681 m^3/s dan RMSE dari kecepatan adalah 0,0037 m/s ..

4.5.3 Aliran Sungai Dangkal

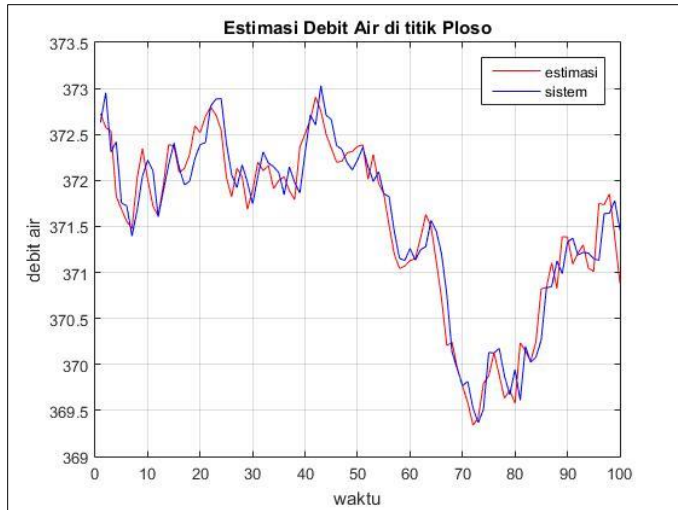
Simulasi pada aliran sungai dangkal akan digunakan ketinggian dan kecepatan rendah, sehingga debit yang digunakan

untuk menghitung kecepatan adalah dengan mengambil debit dangkal. Pada pengukuran pada titik pengamatan yaitu daerah Ploso Jombang, New Lengkong Mojokerto dan Porong dengan mengambil ketinggian dangkal pada masing-masing titik pengamatan yaitu daerah Ploso Jombang yaitu dengan ketinggian 26,39 meter, debit aliran sungai dangkal yaitu m^3/s 372,63 sehingga dapat ditentukan kecepatannya adalah 3,7 m/s

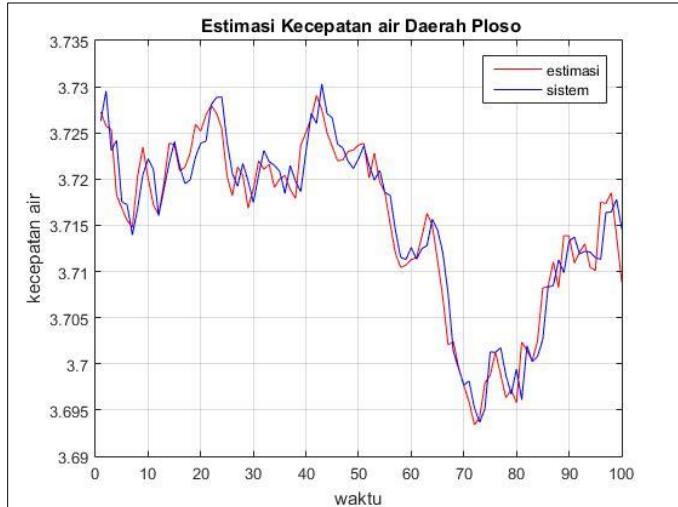
Pada titik pengamatan Lengkong Baru Mojokerto dengan mengambil ketinggian awal aliran sungai dangkal yaitu 17 meter , debit aliran sungai dangkal 136,23 m^3/s sehingga kecepatan adalah 1,3 m/s serta pada pengamatan titik Porong yaitu dengan mengambil ketinggian adalah 1,7 debit aliran sungai dangkal adalah 97,81 m^3/s dan kecepatan adalah 0,97 m/s



Gambar 4. 20 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Dangkal Daerah Ploso

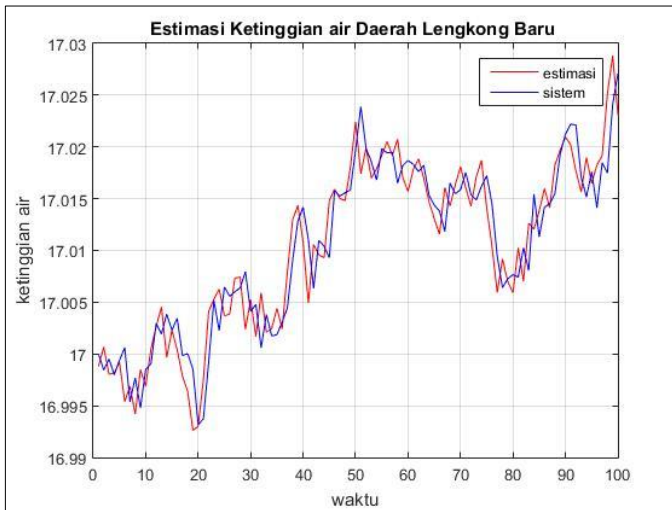


Gambar 4. 21 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Dangkal Daerah Ploso

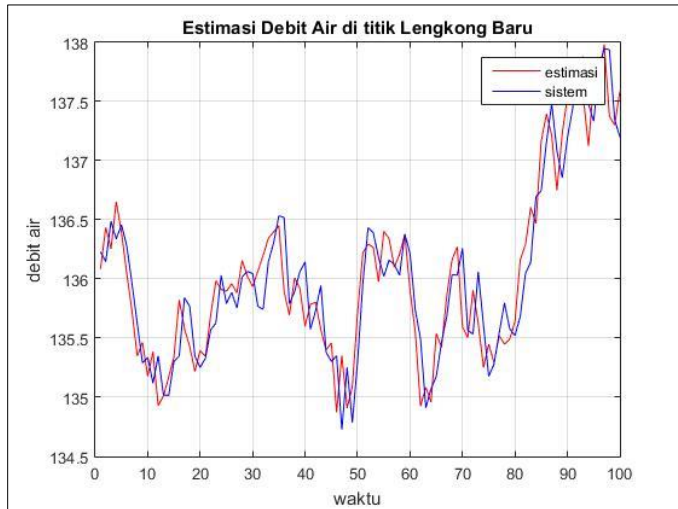


Gambar 4. 22 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Dangkal Daerah Ploso

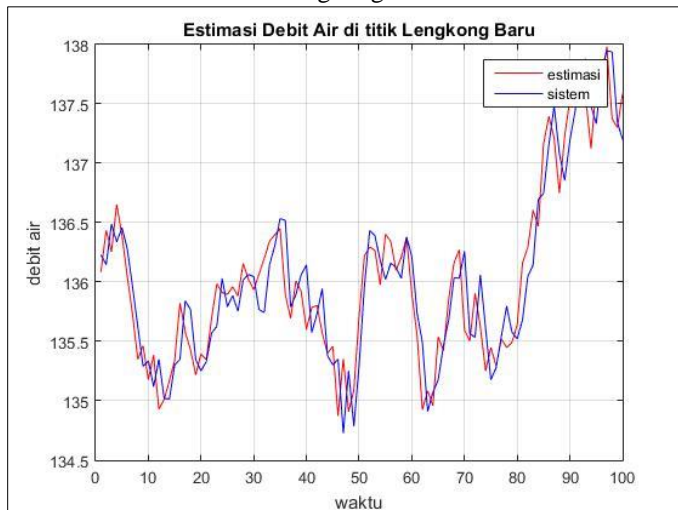
Dari hasil simulasi ini, ketinggian air berkisar antara 26,36 meter hingga 26,395 meter. Sedangkan untuk debit air hasilnya yaitu mengalami sedikit kenaikan yaitu mencapai 373,9 dan mengalami penurunan hingga 371 m^3/s . Sehingga sama untuk kecepatan hanya mengalami sedikit kenaikan dan sedikit penurunan. Setelah melakukan simulasi beberapa kali didapat RMSE untuk ketinggian air sebesar 0,0031 m untuk debit air sebesar 0,2821 m^3/s dan kecepatan air sebesar 0,0028 m^2/s . Selanjutnya akan dilakukan estimasi pada pengamatan titik ke 5 yaitu daerah Lengkong Baru. Berikut hasil estimasi pada titik pengamatan daerah Lengkong Baru :



Gambar 4. 23 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Dangkal Daerah Lengkong Baru

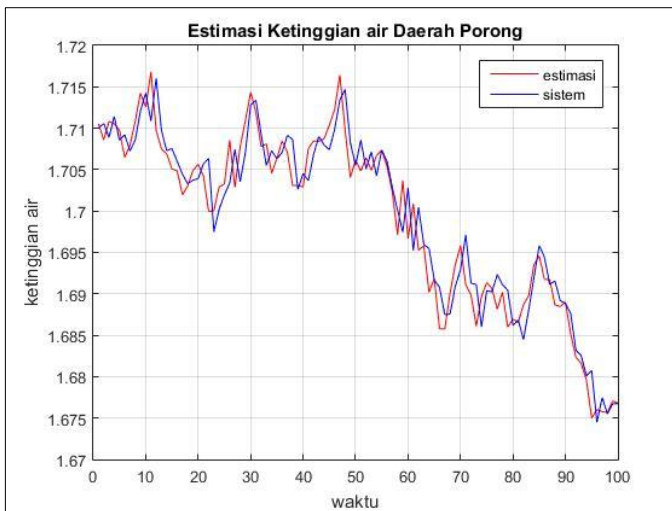


Gambar 4. 24 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Dangkal Daerah Lengkong Baru

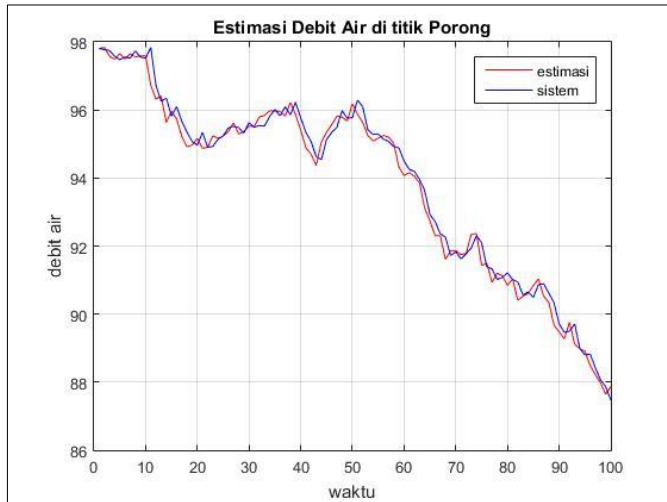


Gambar 4. 25 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Dangkal Daerah Lengkong Baru

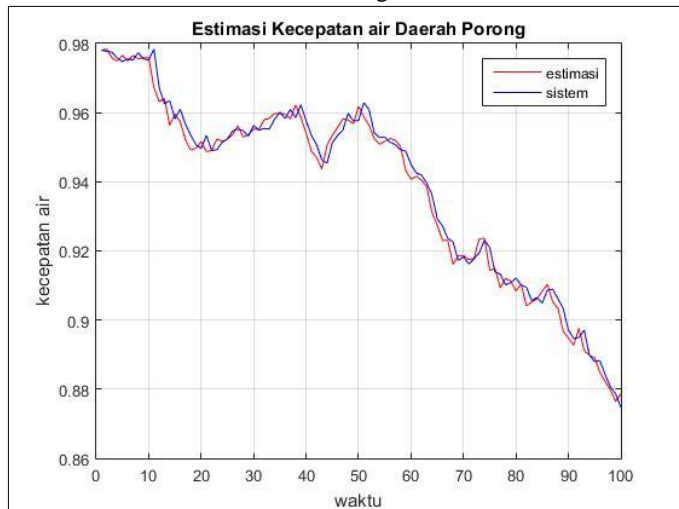
Dari hasil simulasi pada titik ke 5 yaitu daerah Lengkok Baru ketinggian berkisar antara 16,99 meter hingga 17,05 meter. Sedangkan untuk debit air hasilnya yaitu mengalami sedikit kenaikan yaitu mencapai $137 \text{ m}^3/\text{s}$ dan mengalami penurunan hingga $130 \text{ m}^3/\text{s}$. Sehingga sama juga untuk kecepatan hanya mengalami sedikit kenaikan dan sedikit penurunan yaitu berkisar antara 1,3 hingga $1,36 \text{ m/s}$. Setelah melakukan simulasi beberapa kali didapat RMSE untuk ketinggian air sebesar 0,0029 untuk debit air sebesar $0,3014 \text{ m}^3/\text{s}$ dan kecepatan air sebesar $0,0030 \text{ m/s}$. Selanjutnya akan dilakukan estimasi pada pengamatan titik ke 12 yaitu daerah Porong. Berikut ini hasil dari estimasi pada titik pengamatan daerah Porong :



Gambar 4. 26 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Dangkal Daerah Porong



Gambar 4. 27 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Dangkal Daerah Porong

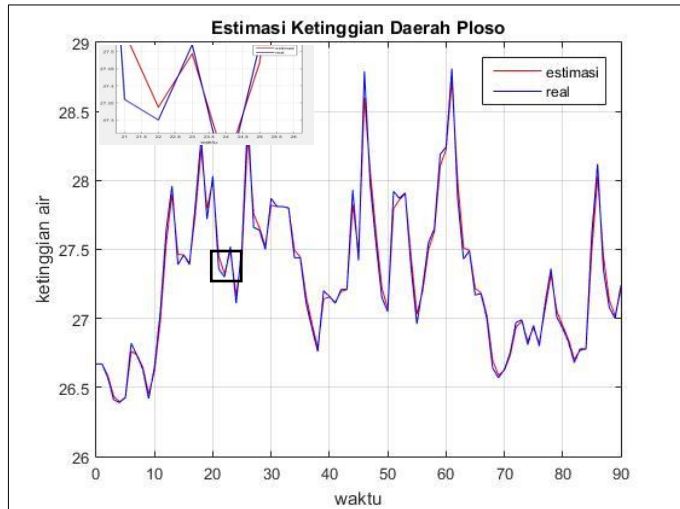


Gambar 4. 28 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Dangkal Daerah Porong

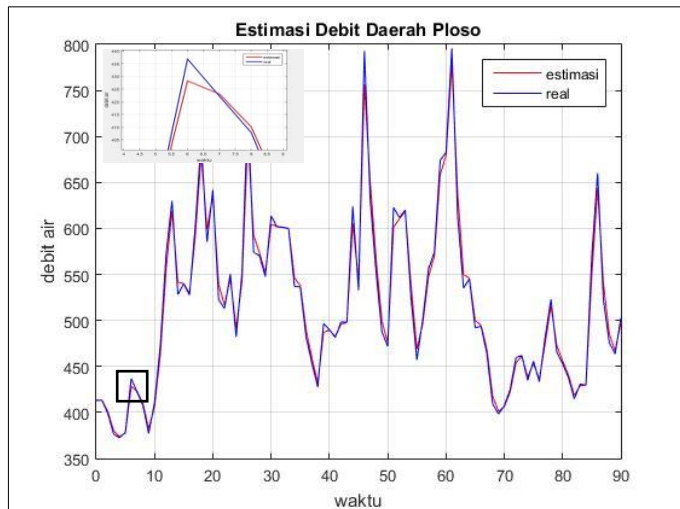
Dari grafik estimasi daerah Porong didapatkan ketinggian air, debit dan kecepatan air seperti pada Gambar diatas dapat dilihat bahwa grafik estimasi mengikuti grafik real. Sedangkan hasil estimasi memiliki *error* yang sangat kecil. Selain itu dari hasil estimasi didapatkan ketinggian air yaitu berkisar antara 16,95 meter hingga 17 meter. Dari hasil estimasi ini ketinggian mengalami penurunan. Sedangkan untuk debit air hasilnya yaitu berkisar antara 92 hingga 102 m^3/s dan untuk kecepatan air yaitu berkisar antara 0,98 hingga 1 m/s . Setelah melakukan simulasi beberapa kali didapat RMSE untuk ketinggian air sebesar 0,0029 m , untuk debit air sebesar 0,3110 m^3/s dan kecepatan air sebesar 0,0031 m/s .

4.5.4 Simulasi dengan Memasukkan Data Pada Pengukuran

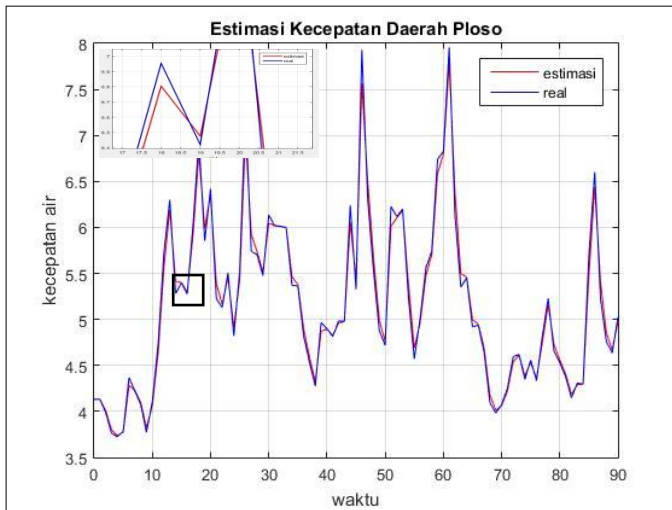
Pada simulasi dilakukan dengan memasukkan data pada pengukuran. Dimana data pengukuran ini pada 3 daerah, yaitu daerah pengamatan Ploso, Lengkong Baru dan Porong. Simulasi ini dilakukan iterasi sebanyak 90 kali yaitu sebanyak data, yakni sesuai dengan banyaknya data. Dengan menggunakan *software* Matlab didapatkan hasil estimasi adalah sebagai berikut.



Gambar 4. 29 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Daerah Ploso



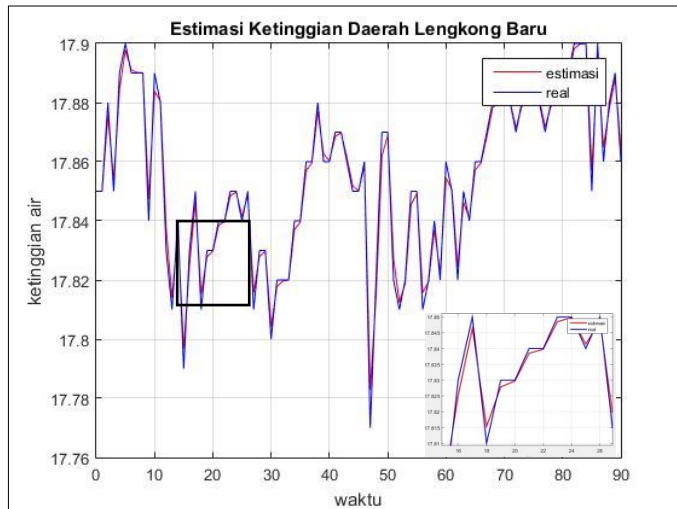
Gambar 4. 30 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Daerah Ploso



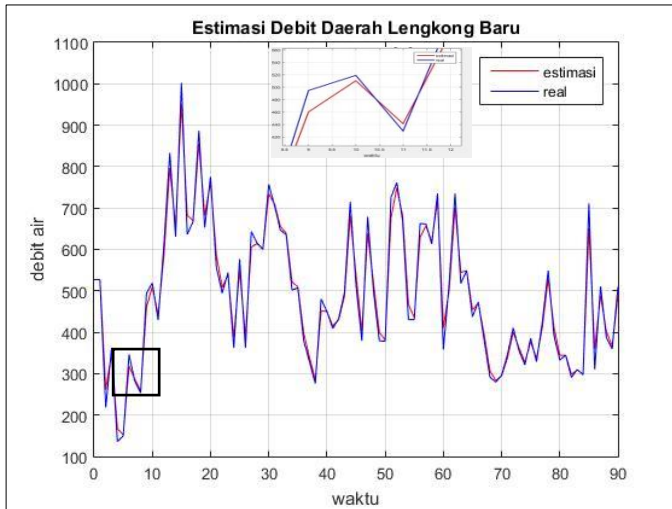
Gambar 4. 31 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Daerah Ploso

Dari Gambar 4.26, 4.27, dan 4.28 hasil estimasi menggunakan *Extended Kalman Filter* dengan memasukkan data pada pengukuran hasil estimasi ketinggian dari grafik yang berwarna merah yaitu grafik estimasi mendekati grafik biru dimana grafik biru ini merupakan grafik dari nilai *real* dari data. terlihat bahwa grafik hampir berhimpit. hasil estimasi ketinggian didapatkan nilai RMSE sebesar 0,0577 *m*. Untuk hasil estimasi debit, grafik nilai *real* yang berwarna biru juga mengikuti grafik merah dimana grafik merah. Dan didapatkan nilai RMSE sebesar 10,2981 m^3/s . Sedangkan hasil estimasi kecepatan grafik estimasi juga mengikuti data *real*. Didapatkan nilai RMSE adalah 0,1030 *m/s*. Dengan menggunakan persentase *error*, nilai *error* estimasi masih berada dalam persentase kecil dimana didapat persentase *error* ketinggian sebesar 0,2113%, debit air sebesar

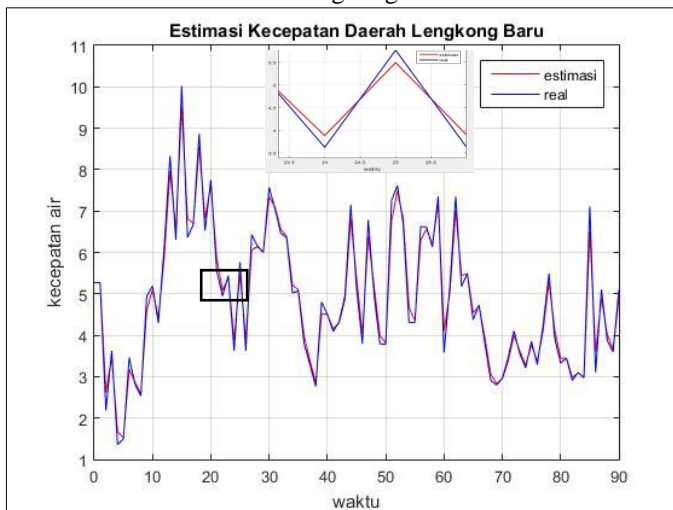
1,9858% sedangkan presentase *error* kecepatan adalah sebesar 1,9862%. Selanjutnya untuk estimasi pada daerah Lengkong Baru adalah sebagai berikut:



Gambar 4. 32 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Daerah Lengkong Baru

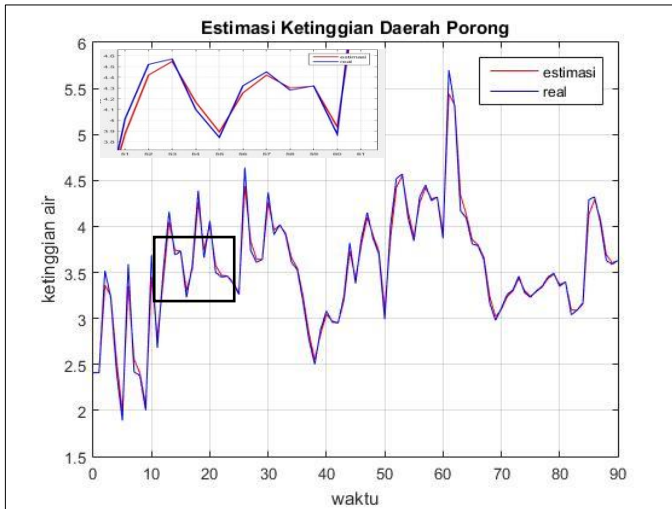


Gambar 4. 33 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Daerah Lengkong Baru

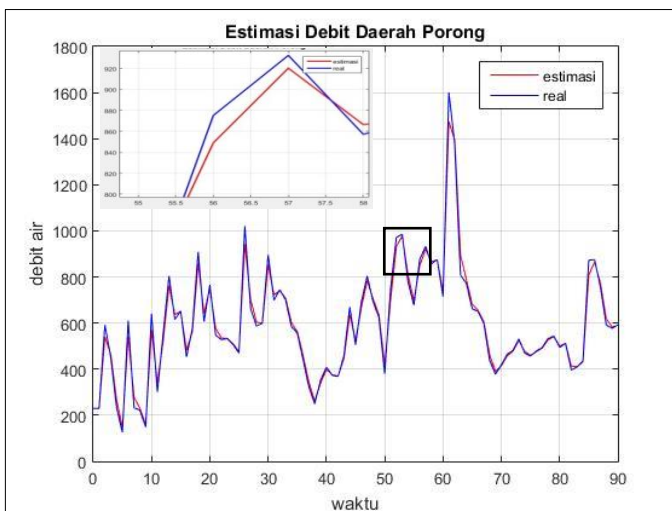


Gambar 4. 34 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Daerah Lengkong Baru

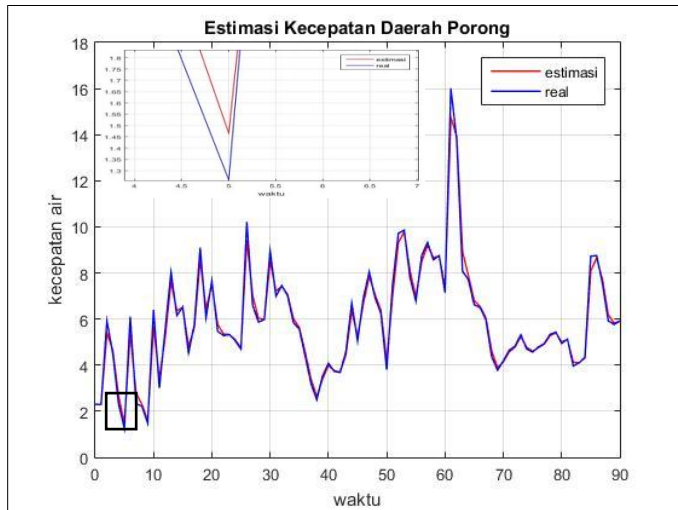
Pada Gambar 4.29, 4.30, dan 4.31 hasil estimasi menggunakan *Extended Kalman Filter* dengan memasukkan data pada pengukuran hasil estimasi ketinggian dari grafik yang berwarna merah yaitu grafik estimasi mendekati grafik biru dimana grafik biru ini merupakan grafik dari nilai *real* dari data. Hasil simulasi didapatkan bahwa grafik estimasi mengikuti data *realnya*. Dan dari hasil estimasi didapatkan RMSE estimasi ketinggian sebesar 0,0038 *m*. Pada hasil estimasi debit, grafik nilai real yang berwarna biru mengikuti grafik merah dimana grafik merah. Dari hasil estimasi didapatkan nilai RMSE sebesar 22,7246 m^3/s . Sedangkan hasil estimasi kecepatan seperti dilihat pada Gambar 4.35 didapatkan bahwa grafik estimasi juga mengikuti data *real*. Dengan Nilai RMSE adalah 0,2272 m^2/s . Menghitung dengan menggunakan persentase *error*, maka didapat persentase *error* estimasi ketinggian sebesar 0,0213%, debit air sebesar 4,6355% sedangkan persentase *error* kecepatan adalah 4,6346%. Selanjutnya untuk estimasi pada daerah Porong adalah sebagai berikut:



Gambar 4. 35 Grafik Estimasi Ketinggian Aliran Sungai Daerah Porong



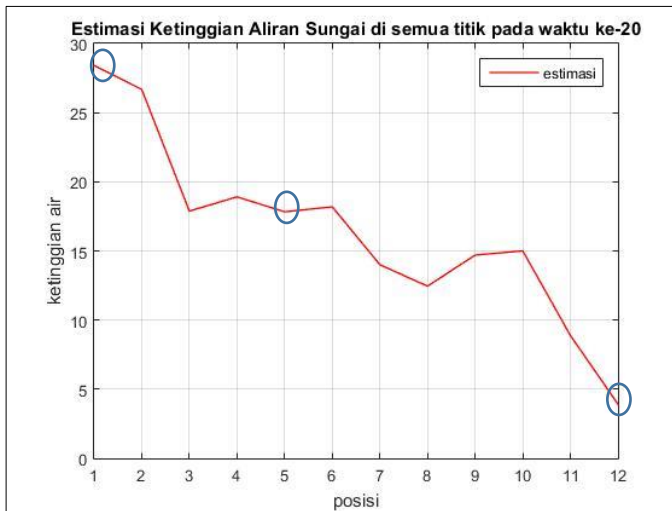
Gambar 4. 36 Grafik Estimasi Debit Aliran Sungai Daerah Porong



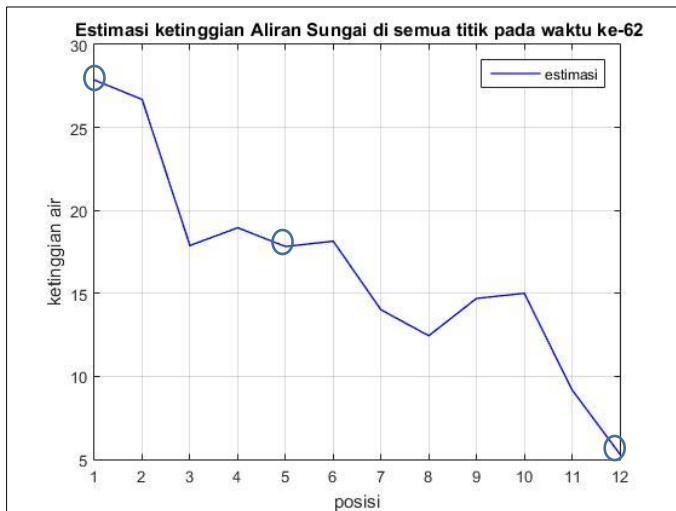
Gambar 4. 37 Grafik Estimasi Kecepatan Aliran Sungai Daerah Porong

Sedangkan pada Gambar 4.35, 4.36, dan 4.37 hasil estimasi menggunakan *Extended Kalman Filter* dengan memasukkan data pada pengukuran hasil estimasi ketinggian dari grafik yang berwarna merah yaitu grafik estimasi mendekati grafik biru dimana grafik biru ini merupakan grafik dari nilai *real* dari data. Pada hasil simulasi, grafik estimasi mengikuti data *real*nya. Dan dari hasil estimasi ketinggian didapatkan nilai RMSE sebesar 0,0795 *m*. Pada hasil estimasi debit, grafik nilai real yang berwarna biru mengikuti grafik merah dimana grafik merah. Didapatkan nilai RMSE dari hasil estimasi debit sebesar sebesar 30,0091 m^3/s . Sedangkan hasil estimasi kecepatan grafik estimasi juga mengikuti data *real*. Didapatkan nilai RMSE kecepatan dari hasil estimasi adalah 0,3001 m^2/s . Dilakukan

dengan menghitung persentase *error*, maka didapat persentas *error* estimasi ketinggian sebesar 2,2267%, debit air sebesar 5,0213% sedangkan presentase *error* kecepatan adalah sebesar 5,0214%. Sedangkan berikut ini adalah gambar dari hasil estimasi ketinggian sungai pada waktu ke-20 dan pada waktu ke-62 adalah sebagai berikut :



Gambar 4. 38 Grafik estimasi ketinggian pada saat k=20

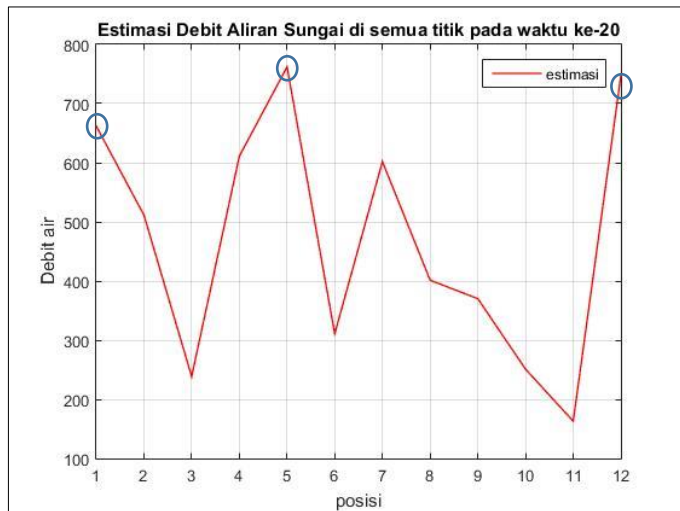


Gambar 4. 39 Grafik estimasi ketinggian pada saat $k=62$

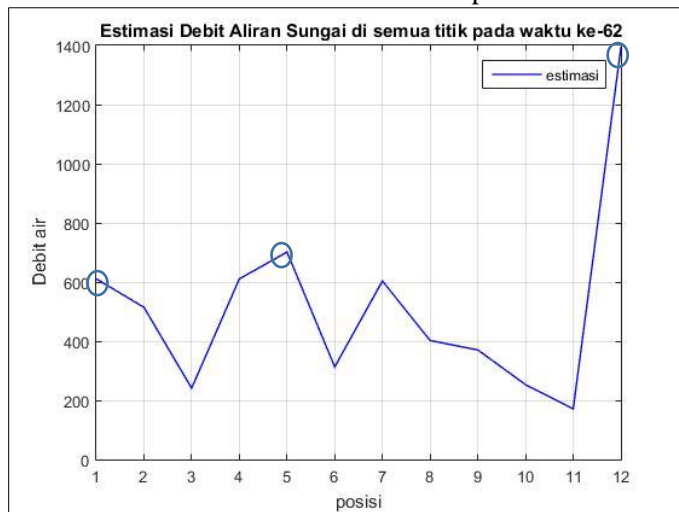
Pada Tugas Akhir ini mengambil waktu ke 20 dan waktu ke 62 disebabkan oleh pada data hari ke 20 atau saat $k=20$ pada Daerah Ploso mengalami kenaikan sehingga akan dilihat bagaimana dititik Lengkong Baru dan Porong. Kemudian untuk waktu ke 62 atau pada hari ke 62 pada daerah Porong ketinggian mengalami kenaikan sehingga akan dilihat dititik daerah Ploso dan Lengkong Baru.

Gambar 4.38, 4.39 adalah hasil estimasi semua titik pada waktu ke 20 dan ke 62. Pada Gambar 4.38 pada waktu ke 20, estimasi ketinggian daerah Ploso, yaitu pada titik pertama memiliki ketinggian sebesar 28,40 m. Berdasarkan data ketinggian Daerah Ploso, hasil estimasi tersebut memiliki nilai tinggi. Oleh sebab itu akan dilihat estimasi di daerah Lengkong Baru dan Porong. Dari hasil grafik estimasi ketinggian pada daerah Lengkong Baru yaitu titik pengamatan ke 5 ternyata memiliki nilai estimasi ketinggian sebesar 17,82 m. Berdasarkan

data ketinggian daerah Lengkong Baru, nilai estimasi ketinggian pada titik Lengkong Baru tersebut juga memiliki nilai yang cukup tinggi. Sedangkan pada daerah Porong hasil estimasi ketinggian adalah sebesar 3,91 *m* . Sedangkan pada Gambar 4.39 pada waktu ke 62, estimasi ketinggian daerah Ploso, yaitu pada titik pertama memiliki ketinggian sebesar 27,87 *m*. Berdasarkan hasil tersebut pada waktu ke 62 ternyata estimasi ketinggian mengalami penurunan dari waktu ke 20. Pada daerah Lengkong Baru pada titik pengamatan ke 5 memiliki nilai estimasi ketinggian sebesar 17,83 *m*. Berdasarkan hasil tersebut pada waktu ke 62 ternyata estimasi ketinggian mengalami sedikit penurunan dari waktu ke 20 yaitu sebesar 0,01. Sedangkan berdasarkan data ketinggian Daerah Lengkong Baru, nilai estimasi ketinggian pada titik Lengkong Baru tersebut memiliki nilai yang cukup tinggi. Sedangkan pada daerah Porong hasil estimasi ketinggian adalah sebesar 5,01 *m*. Berikut ini adalah gambar dari hasil estimasi debit aliran sungai pada waktu ke 20 dan waktu ke 62 sebagai berikut :



Gambar 4. 40 Grafik estimasi debit pada saat k=20



Gambar 4. 41 Grafik estimasi debit pada saat k=62

Gambar 4.40, 4.41 adalah hasil estimasi semua titik pada waktu ke 20 dan ke 62. Seperti pada Gambar 4.40 pada waktu ke 20, hasil estimasi debit daerah Ploso, yaitu pada titik pertama sebesar $716,47 \text{ m}^3/\text{s}$. Dimana berdasarkan data debit Daerah Ploso, hasil estimasi tersebut memiliki nilai tinggi. Pada daerah Lengkong Baru pada titik pengamatan ke 5 memiliki nilai estimasi debit sebesar $749,424 \text{ m}^3/\text{s}$. Sedangkan pada daerah Porong hasil estimasi debit adalah sebesar $717,5115 \text{ m}^3/\text{s}$. Pada Gambar 4.41 pada waktu ke 62, estimasi debit daerah Ploso, yaitu pada titik pertama memiliki debit sebesar $614,7906 \text{ m}^3/\text{s}$. Berdasarkan hasil tersebut pada waktu ke 62 ternyata estimasi debit mengalami penurunan dari waktu ke 20. Berdasarkan data ketinggian Daerah Ploso, hasil estimasi tersebut tidak tergolong tinggi. Kemudian pada daerah Lengkong Baru pada titik pengamatan ke 5 memiliki nilai estimasi debit sebesar $626,4185 \text{ m}^3/\text{s}$. Dimana hasil estimasi debit mengalami penurunan dari waktu ke 20. Berdasarkan data debit Daerah Lengkong Baru, nilai estimasi ketinggian pada titik Lengkong Baru tersebut tidak tergolong tinggi, dimana debit tinggi berdasarkan data pada daerah Lengkong Baru mencapai $1002,35 \text{ m}^3/\text{s}$. Sedangkan pada daerah Porong hasil estimasi debit adalah sebesar $1285,473 \text{ m}^3/\text{s}$. Hal ini dapat disimpulkan bahwa pada waktu yang sama ketika ketinggian dan debit aliran sungai disatu titik mengalami kenaikan, untuk titik yang lain tidak selalu memiliki kenaikan debit dan ketinggian.

BAB V

PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan analisa dan pembahasan hasil simulasi dari bab sebelumnya serta saran yang diberikan jika penelitian ini ingin dikembangkan.

5.1 Kesimpulan

1. Berdasarkan analisis hasil dari simulasi diperoleh kesimpulan bahwa metode Extended Kalman Filter dapat digunakan untuk mengestimasi ketinggian, debit, serta kecepatan aliran sungai Brantas pada aliran air dangkal, aliran air normal, aliran sungai berpotensi meluap dengan nilai *error* kurang dari satu.
2. Didapatkan nilai persentase *error* estimasi ketinggian aliran sungai dari simulasi data yaitu untuk daerah Ploso sebesar 0,2113%, daerah Lengkong Baru sebesar 0,0213% sedangkan daerah Porong 2,2267%
3. Didapatkan nilai persentase *error* estimasi debit aliran sungai dari simulasi data untuk daerah Ploso, Lengkong Baru dan Porong yaitu sebesar 1,9858% hingga 5,0213%.
4. Sedangkan nilai persentase *error* dari estimasi kecepatan aliran sungai dari simulasi data untuk daerah Ploso, Lengkong Baru dan Porong yaitu sebesar 1,9862% hingga 5,0215%.

5.2 Saran

Adapun saran dari Tugas Akhir ini adalah :

Pada Tugas Akhir ini telah dilakukan estimasi ketinggian, debit dan kecepatan dengan menggunakan model Saint Venant di dimensi 1 untuk penelitian selanjutnya, dapat dikembangkan dengan menggunakan model Shallow Water di dimensi 2.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Causon, D. M dan Migham, C.G. 2010. *“Introductory Finite Difference Methods for PDEs”*. Manchester Metropolitan University.
- [2] Ersoy, M, 2013. *“Shallow Water Equation : Modelling, Numerics and applications”*. University of Sussex.
- [3] Fahmedha, N., Prakash P. C., dkk. (2015). *“Estimation of System Parameters Using Kalman Filter and Extended Kalman Filter”*. International Journal of Advanced Technologi and Engineering Exploration, Vol. 2, Issue 6, ISSN : 2394-5443.
- [4] Fauzi I, 2015. *“Perbandingan GSTAR dan ARIMA Filter Kalman dalam Perbaikan Hasil Prediksi Debit Air Sungai Brantas”*. Tugas Akhir Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [5] Ferdiansyah, F, 2015. *“Desain Pengendali Pintu Air dengan Metode Ensemble Kalman Filter Dan Fuzzy Sliding Mode Control (FSCM)”*. Tugas Akhir Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [6] Hasbullah, H, 2011. *“Algoritma Adaptive Covariance Rank Unscented Kalman Filter untuk estimasi Variabel Keadaan Pada Persamaan Air Dangkal”*, Tesis Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [7] Lewis, F. L. (1998). *“Optimal Estimation with An Introduction to Stochastic Control Theory”*. School of Electrical Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta. Georgia.
- [8] Purnaningrum, E. 2016. *“Pengendalian Pintu air Bendung Gerak Dengan Metode Ensemble Kalman Filter Berbasis Nonlinier Model Predictive Control (NMPC)”*. International

Journal of Computing Science and Applied Mathematics,
Vol.2, No.1.

- [9] Saelao, J, 2011 “*Kalman Filter for Estimate the Shallow Water Model*”. Departmen of mathematics Koing Mongkut’s University of Technology Thonburi Bangkok, Thailand.
- [10] Triatmodjo, B. 2008. “*Hydrologi Terapan*”. Yogyakarta.
- [11] Welch, G. & Bishop, G. 2006. “*An Introduction The Kalman Filer*”. Chapel Hill : University of North Carolina.

LAMPIRAN A

Lengkong Baru

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
1-Jan	17.85	527.25	5.2725
2-Jan	17.88	217.98	2.1798
3-Jan	17.85	362.21	3.6221
4-Jan	17.89	136.23	1.3623
5-Jan	17.90	149.32	1.4932
6-Jan	17.89	345.93	3.4593
7-Jan	17.89	281.52	2.8152
8-Jan	17.89	253.40	2.534
9-Jan	17.84	494.64	4.9464
10-Jan	17.89	518.90	5.189
11-Jan	17.88	429.41	4.2941
12-Jan	17.83	611.88	6.1188
13-Jan	17.81	832.67	8.3267
14-Jan	17.84	630.75	6.3075
15-Jan	17.79	1002.35	10.0235
16-Jan	17.83	636.17	6.3617
17-Jan	17.85	667.25	6.6725
18-Jan	17.81	886.74	8.8674
19-Jan	17.83	652.87	6.5287
20-Jan	17.83	775.71	7.7571
21-Jan	17.84	557.05	5.5705
22-Jan	17.84	494.64	4.9464
23-Jan	17.85	543.97	5.4397
24-Jan	17.85	362.21	3.6221
25-Jan	17.84	576.75	5.7675
26-Jan	17.85	362.21	3.6221

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
27-Jan	17.81	642.84	6.4284
28-Jan	17.83	615.13	6.1513
29-Jan	17.83	600.08	6.0008
30-Jan	17.80	757.02	7.5702
31-Jan	17.82	705.35	7.0535
1-Feb	17.82	646.59	6.4659
2-Feb	17.82	635.65	6.3565
3-Feb	17.84	501.67	5.0167
4-Feb	17.84	507.38	5.0738
5-Feb	17.86	379.63	3.7963
6-Feb	17.86	328.74	3.2874
7-Feb	17.88	275.89	2.7589
8-Feb	17.86	480.59	4.8059
9-Feb	17.86	449.60	4.496
10-Feb	17.87	409.39	4.0939
11-Feb	17.87	432.57	4.3257
12-Feb	17.86	494.34	4.9434
13-Feb	17.85	714.78	7.1478
14-Feb	17.85	512.84	5.1284
15-Feb	17.86	379.63	3.7963
16-Feb	17.77	678.74	6.7874
17-Feb	17.82	498.51	4.9851
18-Feb	17.87	379.25	3.7925
19-Feb	17.87	378.34	3.7834
20-Feb	17.82	725.58	7.2558
21-Feb	17.81	761.61	7.6161
22-Feb	17.82	669.39	6.6939

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
23-Feb	17.85	430.43	4.3043
24-Feb	17.85	430.43	4.3043
25-Feb	17.81	662.55	6.6255
26-Feb	17.82	661.59	6.6159
27-Feb	17.84	613.15	6.1315
28-Feb	17.82	735.26	7.3526
1-Mar	17.86	358.60	3.586
2-Mar	17.85	517.92	5.1792
3-Mar	17.82	735.26	7.3526
4-Mar	17.85	517.92	5.1792
5-Mar	17.84	549.06	5.4906
6-Mar	17.86	437.51	4.3751
7-Mar	17.86	473.17	4.7317
8-Mar	17.87	381.62	3.8162
9-Mar	17.88	291.49	2.9149
10-Mar	17.88	279.46	2.7946
11-Mar	17.88	296.14	2.9614
12-Mar	17.88	345.61	3.4561
13-Mar	17.87	410.45	4.1045
14-Mar	17.88	355.49	3.5549
15-Mar	17.88	321.25	3.2125
16-Mar	17.89	385.55	3.8555
17-Mar	17.88	329.18	3.2918
18-Mar	17.87	424.18	4.2418
19-Mar	17.88	548.81	5.4881
20-Mar	17.88	391.86	3.9186
21-Mar	17.88	332.84	3.3284

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
22-Mar	17.89	344.72	3.4472
23-Mar	17.90	291.03	2.9103
24-Mar	17.90	310.18	3.1018
25-Mar	17.90	297.12	2.9712
26-Mar	17.85	710.98	7.1098
27-Mar	17.90	310.18	3.1018
28-Mar	17.86	510.69	5.1069
29-Mar	17.88	387.10	3.871
30-Mar	17.89	359.86	3.5986
31-Mar	17.86	510.69	5.1069

Ploso Jombang

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
1-Jan	26.67	413.28	4.1328
2-Jan	26.57	398.59	3.9859
3-Jan	26.41	376.20	3.762
4-Jan	26.39	372.63	3.7263
5-Jan	26.43	378.45	3.7845
6-Jan	26.82	436.84	4.3684
7-Jan	26.73	422.19	4.2219
8-Jan	26.63	407.80	4.078
9-Jan	26.42	377.24	3.7724
10-Jan	26.65	410.61	4.1061
11-Jan	27.05	473.15	4.7315
12-Jan	27.64	572.79	5.7279
13-Jan	27.96	629.93	6.2993
14-Jan	27.39	528.06	5.2806
15-Jan	27.46	539.89	5.3989
16-Jan	27.39	527.62	5.2762
17-Jan	27.82	603.29	6.0329
18-Jan	28.31	695.31	6.9531
19-Jan	27.72	585.35	5.8535
20-Jan	28.03	641.92	6.4192
21-Jan	27.36	522.55	5.2255
22-Jan	27.30	513.04	5.1304
23-Jan	27.52	550.36	5.5036
24-Jan	27.11	482.28	4.8228
25-Jan	27.52	551.09	5.5109
26-Jan	28.47	726.73	7.2673

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
27-Jan	27.66	574.05	5.7405
28-Jan	27.64	570.28	5.7028
29-Jan	27.50	547.72	5.4772
30-Jan	27.87	613.56	6.1356
31-Jan	27.81	601.69	6.0169
1-Feb	27.81	601.26	6.0126
2-Feb	27.80	599.60	5.996
3-Feb	27.44	537.00	5.37
4-Feb	27.44	536.52	5.3652
5-Feb	27.11	481.79	4.8179
6-Feb	26.93	453.48	4.5348
7-Feb	26.76	427.52	4.2752
8-Feb	27.20	496.54	4.9654
9-Feb	27.16	489.90	4.899
10-Feb	27.11	481.42	4.8142
11-Feb	27.21	498.43	4.9843
12-Feb	27.21	497.98	4.9798
13-Feb	27.93	623.82	6.2382
14-Feb	27.42	532.84	5.3284
15-Feb	28.79	792.95	7.9295
16-Feb	27.97	631.20	6.312
17-Feb	27.54	553.00	5.53
18-Feb	27.15	487.69	4.8769
19-Feb	27.05	471.91	4.7191
20-Feb	27.92	622.72	6.2272
21-Feb	27.87	611.90	6.119
22-Feb	27.91	619.90	6.199

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
23-Feb	27.37	524.42	5.2442
24-Feb	26.96	457.13	4.5713
25-Feb	27.23	500.77	5.0077
26-Feb	27.55	556.23	5.5623
27-Feb	27.65	573.83	5.7383
28-Feb	28.19	674.04	6.7404
1-Mar	28.24	682.59	6.8259
2-Mar	28.81	795.75	7.9575
3-Mar	27.87	612.92	6.1292
4-Mar	27.43	535.14	5.3514
5-Mar	27.49	545.33	5.4533
6-Mar	27.17	492.09	4.9209
7-Mar	27.18	493.69	4.9369
8-Mar	27.00	464.50	4.645
9-Mar	26.64	409.17	4.0917
10-Mar	26.57	398.34	3.9834
11-Mar	26.63	407.31	4.0731
12-Mar	26.75	424.93	4.2493
13-Mar	26.97	459.52	4.5952
14-Mar	26.99	462.04	4.6204
15-Mar	26.81	434.93	4.3493
16-Mar	26.95	455.77	4.5577
17-Mar	26.80	433.35	4.3335
18-Mar	27.11	481.58	4.8158
19-Mar	27.36	522.86	5.2286
20-Mar	27.01	465.51	4.6551
21-Mar	26.93	452.95	4.5295

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
22-Mar	26.83	438.04	4.3804
23-Mar	26.68	414.83	4.1483
24-Mar	26.78	430.73	4.3073
25-Mar	26.78	429.83	4.2983
26-Mar	27.61	569.25	5.6925
27-Mar	28.12	660.03	6.6003
28-Mar	27.35	522.18	5.2218
29-Mar	27.08	476.22	4.7622
30-Mar	27.00	463.60	4.636
31-Mar	27.24	502.90	5.029

Porong, Sidoarjo

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
1-Jan	2.41	229.87	2.2987
2-Jan	3.52	591.49	5.9149
3-Jan	3.23	453.29	4.5329
4-Jan	2.42	232.64	2.3264
5-Jan	1.89	125.93	1.2593
6-Jan	3.59	610.33	6.1033
7-Jan	2.42	232.64	2.3264
8-Jan	2.38	222.17	2.2217
9-Jan	2	148.55	1.4855
10-Jan	3.69	640.08	6.4008
11-Jan	2.68	301.02	3.0102
12-Jan	3.51	554.13	5.5413
13-Jan	4.16	803.81	8.0381
14-Jan	3.69	615.6	6.156
15-Jan	3.73	652.45	6.5245
16-Jan	3.23	453.29	4.5329
17-Jan	3.58	575.75	5.7575
18-Jan	4.39	909.3	9.093
19-Jan	3.66	606.02	6.0602
20-Jan	4.06	765.8	7.658
21-Jan	3.5	547.22	5.4722
22-Jan	3.45	528.06	5.2806
23-Jan	3.46	532.96	5.3296
24-Jan	3.38	506.38	5.0638
25-Jan	3.26	469.73	4.6973
26-Jan	4.64	1021.47	10.2147

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
27-Jan	3.74	660.82	6.6082
28-Jan	3.61	586.91	5.8691
29-Jan	3.64	598.72	5.9872
30-Jan	4.37	896.21	8.9621
31-Jan	3.91	699.27	6.9927
1-Feb	4.02	745.2	7.452
2-Feb	3.91	700.63	7.0063
3-Feb	3.61	584.39	5.8439
4-Feb	3.53	556.35	5.5635
5-Feb	3.18	440.69	4.4069
6-Feb	2.77	320.99	3.2099
7-Feb	2.5	249.65	2.4965
8-Feb	2.88	353.03	3.5303
9-Feb	3.08	407.95	4.0795
10-Feb	2.96	372.81	3.7281
11-Feb	2.95	368.36	3.6836
12-Feb	3.24	458.17	4.5817
13-Feb	3.82	669.4	6.694
14-Feb	3.38	505.49	5.0549
15-Feb	3.87	692.33	6.9233
16-Feb	4.15	804.53	8.0453
17-Feb	3.87	692.33	6.9233
18-Feb	3.7	624.87	6.2487
19-Feb	2.99	380.21	3.8021
20-Feb	4.01	747.39	7.4739
21-Feb	4.52	972.18	9.7218
22-Feb	4.57	985.53	9.8553

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
23-Feb	4.1	778.56	7.7856
24-Feb	3.84	677.57	6.7757
25-Feb	4.32	875.24	8.7524
26-Feb	4.45	932.57	9.3257
27-Feb	4.28	857.28	8.5728
28-Feb	4.32	875.24	8.7524
1-Mar	3.87	714.81	7.1481
2-Mar	5.7	1600.82	16.0082
3-Mar	5.3	1379.1	13.791
4-Mar	4.17	807.41	8.0741
5-Mar	4.09	771.94	7.7194
6-Mar	3.81	662.03	6.6203
7-Mar	3.79	650.91	6.5091
8-Mar	3.64	597.89	5.9789
9-Mar	3.17	437.56	4.3756
10-Mar	2.98	378.11	3.7811
11-Mar	3.11	418.31	4.1831
12-Mar	3.26	464.69	4.6469
13-Mar	3.31	481.47	4.8147
14-Mar	3.46	531.88	5.3188
15-Mar	3.28	469.98	4.6998
16-Mar	3.23	456.75	4.5675
17-Mar	3.3	478.52	4.7852
18-Mar	3.35	493.47	4.9347
19-Mar	3.45	532.83	5.3283
20-Mar	3.49	543.49	5.4349
21-Mar	3.35	494.31	4.9431

Periode	Ketinggian	Debit	Kecepatan
22-Mar	3.4	513.09	5.1309
23-Mar	3.04	396.11	3.9611
24-Mar	3.09	410.22	4.1022
25-Mar	3.17	435.06	4.3506
26-Mar	4.29	872.68	8.7268
27-Mar	4.32	875.24	8.7524
28-Mar	4.04	756.2	7.562
29-Mar	3.63	592	5.92
30-Mar	3.59	576.8	5.768
31-Mar	3.63	592.22	5.9222

LAMPIRAN B

Source Code

```
disp('-----');
disp('      PROGRAM SIMULASI');
disp('ESTIMASI KETINGGIAN DAN DEBIT ALIRAN SUNGAI');
disp('      MENGGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER');
disp('-----');

t=90;
L=12;           % L jarak yg diinginkan
g=9.8;          % gaya gravitasi
s_0=0.024;      % kemiringan dasar
s_f=0.006;      % koef gesekan
dx=4716;        % delta x
dt=0.00001;     % delta t
A=100;          % luas penampang sungai
B=50;           % lebar sungai
q = 0.25;
Q = 0.0001;     % kovarian error sistem
R = 0.0002;
Rk = R*eye(6);

d1=xlsread('data_ploso.xlsx');
%disp(d1);
d2=xlsread('data_lengkong.xlsx');
%disp(d2);
d3=xlsread('data_porong.xlsx');
%disp(d3);

Xukur(1,:)=d1(:,1);
Xukur(2,:)=d1(:,3);
Xukur(3,:)=d2(:,1);
Xukur(4,:)=d2(:,3);
Xukur(5,:)=d3(:,1);
Xukur(6,:)=d3(:,3);
% disp(Xukur);
```

```

hreal_1(1,:)=d1(:,1);
hreal_2(1,:)=d2(:,1);
hreal_3(1,:)=d3(:,1);
ureal_1(1,:)=d1(:,3);
ureal_2(1,:)=d2(:,3);
ureal_3(1,:)=d3(:,3);
Qreal_1(1,:)=d1(:,2);
Qreal_2(1,:)=d2(:,2);
Qreal_3(1,:)=d3(:,2);
H=zeros(6,2*L);
H(1,1)=1;
H(2,2)=1;
H(3,9)=1;
H(4,10)=1;
H(5,2*L-1)=1;
H(6,2*L)=1;
P0=0.05*eye(2*L,2*L);      %p0 = matrik kovarian
Qk=eye(2*L,2*L)*Q;

%input nilai awal xh=untuk ketinggian dan
xu=untuk kecepatan
%inisialisasi awal

xh(1)=26.67;xh(2)=20.67;xh(3)=11.41;xh(4)=17.80;
xh(5)=17.85;xh(6)=16.29;xh(7)=14.27;xh(8)=10.04;
xh(9)=9.3;xh(10)=2.98;xh(11)= 3.77; xh(12)=2.41;
xu(1)=4.1328;xu(2)=2.13;xu(3)=2;xu(4)=2;xu(5)=5.
2725;xu(6)=2.4;xu(7)=1.98;xu(8)=3.5;xu(9)=2.1;xu
(10)=3.53;xu(11)=2.49;xu(12)=2.2987;

xhtopi = xh;
xutopi = xu;
hreal(:,1) =xh;
ureal(:,1) =xu;
hpre(:,1) = xhtopi;
upre(:,1) = xutopi;
Id = eye(2*L); %matriks identitas

```



```

for k = 1:t
    %jacobi
    J=zeros(2*L,2*L);
    for j = 1:L
        if j==1
            J(2*j-1,2*j-1)=1;
            J(2*j-1,2*j)=0 ;
            J(2*j, 2*j-1)=0;
            J(2*j, 2*j)= (1-(q*dt)/A);

            else if j==L
                J(2*j-1, 2*j-3)=
(ureal(j,1)*dt)/(2*dx);
                J(2*j-1, 2*j-2)=
(A*dt)/(2*dx*B);
                J(2*j-1, 2*j-1)= 1-
(ureal(j,1)*dt)/(2*dx);
                J(2*j-1, 2*j)= (-A*dt)-
(dt*hreal(j,1))/(2*dx*B);

                J(2*j, 2*j-3)= (g*dt)/(2*dx);
                J(2*j, 2*j-2)=
(ureal(j,1)*dt)/(2*dx);
                J(2*j, 2*j-1)= (-g*dt)/(2*dx);
                J(2*j, 2*j)= 1-(q*dt/A)-
((2*ureal(j,1)*dt)/(2*dx))+((ureal(j-
1,1)*dt))/(2*dx);

            else
                J(2*j-1,2*j-3)=
(ureal(j,1)*dt)/(2*dx);
                J(2*j-1,2*j-2)= (A*dt)/(2*dx*B);
                J(2*j-1,2*j-1)= 1;
                J(2*j-1,2*j)= (-
hreal(j+1,1)*dt)/(2*dx)+(hreal(j-
1,1)*dt)/(2*dx);
                J(2*j-1,2*j+1)=
(ureal(j,1)*dt)/(2*dx);

```

```

J(2*j-1,2*j+2)= (-
A*dt)/(2*dx*B);

J(2*j, 2*j-3)= (g*dt)/(2*dx);
J(2*j, 2*j-2)=
(ureal(j,1)*dt)/(2*dx);
J(2*j, 2*j-1)= 0;
J(2*j, 2*j)=1-(q*dt/A)-
(ureal(j+1,1)*dt)/(2*dx)+(ureal(j-
1,1)*dt)/(2*dx);
J(2*j, 2*j+1)= (-g*dt)/(2*dx);
J(2*j, 2*j+2)= (-
ureal(j,1)*dt)/(2*dx);
    end
end

end
%pengukuran
Zukur=Xukur(:,k);
%tahap prediksi
for i=1:L
    if i==1
        hprew(i,1)=
hpre(i)+((q*dt)/B)+normrnd(0,sqrt(Q));
        uprew(i,1)= upre(i)+((dt*g)*(s_0-
s_f))- ((q*dt*upre(i))/A)+ normrnd(0,sqrt(Q));
    else if i==L
        hprew(i,1)= hpre(i)+((q*dt)/B)-
(A*dt)/(2*B*dx)*(upre(i)-upre(i-1))-
(dt*upre(i)*(hpre(i)-hpre(i-
1)))/(2*dx))+normrnd(0,sqrt(Q));
        uprew(i,1)=
upre(i)+((dt*g)*(s_0-s_f))- ((q*dt*upre(i))/A)
-(dt*upre(i)*(upre(i)-upre(i-1)))/(2*dx))-
((g*dt)*(hpre(i)-hpre(i-1)))/(2*dx))+
normrnd(0,sqrt(Q));
    else
        hprew(i,1)= hpre(i)+ ((q*dt)/B)
- ((A*dt)/(2*B*dx))*(upre(i+1)-upre(i-1))-

```

```

(dt*upre(i)*(hpre(i+1)-hpre(i-1))/(2*dx))+
normrnd(0,sqrt(Q));

        uprew (i,1)= upre(i)+
((dt*g)*(s_0-s_f))- ((q*dt*upre(i))/A)-
(dt*upre(i)*(upre(i+1)-upre(i-1))/(2*dx))-
((g*dt)*(hpre(i+1)-hpre(i-1))/(2*dx))+
normrnd(0,sqrt(Q));
        end
    end

    Xpred((2*i)-1,1)=hprew(i,1);
    Xpred(2*i,1)=uprew(i,1);

end

Xprediksi(:,k)=Xpred(:,1);

Ppre = J*P0*J'+Qk;

%tahap koreksi
%kalman gain
Ka = Ppre*H'*inv(H*Ppre*H'+Rk);

%estimasi
Xest=Xpred+Ka*(Zukur-(H*Xpred));
for i=1:L
    hpre(i,1)=Xest(2*i-1);
    upre(i,1)=Xest(2*i);
end
Xestimasi(:,k)= Xest;
%kovarian error
P0 =(Id-Ka*H)*Ppre;
end
% disp(Xestimasi)
for i=1:L
    hest(i,:)=Xestimasi(2*i-1,:);
    uest(i,:)=Xestimasi(2*i,:);
    Qest(i,:)=uest(i,:)*A;

```

end

```
eeh1=0;
eeh2=0;
eeh3=0;
eeu1=0;
eeu2=0;
eeu3=0;
eeq1=0;
eeq2=0;
eeq3=0;
eeeh=0;
```

```
for k=1:t
    Eh1=(abs(hreal_1(1,k)-hest(1,k)))^2;
    Eh2=(abs(hreal_2(1,k)-hest(5,k)))^2;
    Eh3=(abs(hreal_3(1,k)-hest(12,k)))^2;
    Eu1=(abs(ureal_1(1,k)-uest(1,k)))^2;
    Eu2=(abs(ureal_2(1,k)-uest(5,k)))^2;
    Eu3=(abs(ureal_3(1,k)-uest(12,k)))^2;
    Eq1=(abs(Qreal_1(1,k)-Qest(1,k)))^2;
    Eq2=(abs(Qreal_2(1,k)-Qest(5,k)))^2;
    Eq3=(abs(Qreal_3(1,k)-Qest(12,k)))^2;
    eeh1=eeh1+Eh1/t;
    eeh2=eeh2+Eh2/t;
    eeh3=eeh3+Eh3/t;
    eeu1=eeu1+Eu1/t;
    eeu2=eeu2+Eu2/t;
    eeu3=eeu3+Eu3/t;
    eeq1=eeq1+Eq1/t;
    eeq2=eeq2+Eq2/t;
    eeq3=eeq3+Eq3/t;
```

end

```
eeh1=sqrt(eeh1)
eeh2=sqrt(eeh2)
eeh3=sqrt(eeh3)
eeu1=sqrt(eeu1)
eeu2=sqrt(eeu2)
```

```

eeu3=sqrt(eeu3)
eeq1=sqrt(eeq1)
eeq2=sqrt(eeq2)
eeq3=sqrt(eeq3)

```

```

figure(1)
plot(1:k,Qest(1,:), 'r', 1:k,Qreal_1(1,:), 'b')
grid on
legend('estimasi','real')
title('debit air di titik ke-1 ')
xlabel('waktu')
ylabel('debit air')

```

```

figure(2)
plot(1:k,Qest(5,:), 'r', 1:k,Qreal_2(1,:), 'b')
grid on
legend('estimasi','real')
title('debit air di titik ke-5')
xlabel('waktu')
ylabel('debit air')

```

```

figure(3)
plot(1:k,Qest(12,:), 'r', 1:k,Qreal_3(1,:), 'b')
grid on
legend('estimasi','real')
title('debit air di titik ke-12')
xlabel('waktu')
ylabel('debit air')

```

```

figure(4)
plot(1:k,hest(1,:), 'r', 1:k,hreal_1(1,:), 'b')
grid on
legend('estimasi','real')
title('ketinggian titik ke-1')
xlabel('waktu')
ylabel('ketinggian air')

```

```

figure(5)
plot(1:k,hest(5,:), 'r', 1:k,hreal_2(1,:), 'b')

```

```

grid on
legend('estimasi','real')
title('ketinggian titik ke-5')
xlabel('waktu')
ylabel('ketinggian air')

```

```

figure(6)
plot(1:k,hest(12,:), 'r', 1:k,hreal_3(1,:), 'b')
grid on
legend('estimasi','real')
title('ketinggian titik ke-12')
xlabel('waktu')
ylabel('ketinggian air')

```

```

figure(7)
plot(1:k,uest(1,:), 'r', 1:k,ureal_1(1,:), 'b')
grid on
legend('estimasi','real')
title('kecepatan titik ke-1')
xlabel('waktu')
ylabel('kecepatan air')

```

```

figure(8)
plot(1:k,uest(5,:), 'r', 1:k,ureal_2(1,:), 'b')
grid on
legend('estimasi','real')
title('kecepatan titik ke-5')
xlabel('waktu')
ylabel('kecepatan air')

```

```

figure(9)
plot(1:k,uest(12,:), 'r', 1:k,ureal_3(1,:), 'b')
grid on
legend('estimasi','real')
title('kecepatan titik ke-12')
xlabel('waktu')
ylabel('kecepatan air')

```

LAMPIRAN C

BIODATA PENULIS



Retno Dewi Palupi, lahir di pacitan, 2 November 1994. Pendidikan formal yang pernah ditempuh penulis yaitu TK Tunas Karya Nanggungan, SD Negeri Nanggungan, SMP Negeri 1 Pacitan, dan SMA Negeri 1 Pacitan. Sekarang penulis menempuh pendidikan S1 di Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember dengan bidang

Matematika Terapan. Selama kuliah penuli aktif mengikuti organisasi yaitu Staff PSDM HIMATIKA ITS pada tahun 2014/2015, sekertaris Departemen PSDM HIMATIKA ITS tahun 2015/2016. Selain itu penulis aktif mengikuti kegiatan kepanitian berbagai acara, seperti OMITS, Dies Natalis 50 tahun Matematika ITS, Panwaslu ITS, Instructor Committee Gerigi ITS 2015 dan aktif mengikuti pelatihan diantaranya LKMM Pra TD FMIPA ITS, LKMM TD HIMATIKA ITS, dan lain-lain. Demikian biodata tentang penulis. Jika ingin memberika saran, kritik dan diskusi mengenai Tugas Akhir ini dapat dikirimkan melalui email retnodpalupi02@gmail.com. Terimakasih